

U. Schneider

Frankfurt 1976

UG-KERNE UND DAS KOLLEKTIVE KERNMODELL

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften
vorgelegt beim Fachbereich Physik der Johann Wolfgang
Goethe-Universität zu Frankfurt am Main



von

Ulrich Schneider
aus Nieder-Weisel

Frankfurt am Main

1976

INSTITUT FÜR ANATOMIE

Lehrstuhl für Anatomie

189

Die Bedeutung der Anatomie für die Medizin ist unbestritten. Sie bildet die Grundlage für das Verständnis der menschlichen Organisation und ist daher ein wesentlicher Bestandteil der medizinischen Ausbildung.



Dr. J. J. van der Meer
Leiden, 1898

Dr. J. J. van der Meer

189

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik
der Universität Frankfurt am Main

Dekan:	Prof. Dr. E. Schopper
Erster Gutachter:	Prof. Dr. W. Greiner
Zweiter Gutachter:	Prof. Dr. W. Scheid

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Oktober 1976



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550826_0032

ABSTRACT

A model for the description of the low-energy spectra of odd-even nuclei is derived. The basis for the core motion is the dynamical collective model from Gneuß and Greiner, with which one is able to represent all possible shapes of nuclei. The comparison of our results obtained by core-particle or core-hole-coupling with the experiments in the region of Os, Ir and Pt, where one finds the so-called decoupled bands, shows very good agreement. A model is proposed for the inclusion of the Pauli - principle in the core-particle-coupling for assurance of the antisymmetrization of the particle against the collective core.

INHALTSVERZEICHNIS

I.	EINLEITUNG	1
II.	DAS MODELL	4
	1. Das kollektive Kernmodell	4
	2. Der Hamiltonoperator für ug -Kerne	15
	3. Übergangswahrscheinlichkeiten und Multipoloperatoren	30
III.	SCHEMATISCHE STUDIEN	35
	1. Weak- und Strong-Coupling Modell	35
IV.	ERGEBNISSE	42
	1. Die Isotope ^{187}Ir und ^{189}Ir	42
	2. Die Kerne ^{189}Pt , ^{191}Pt , ^{193}Pt	49
V.	ANSÄTZE ZU EINEM NEUEN EINTEILCHENMODELL	52
	1. Die Problemstellung	52
	2. Die adiabatische Fermikante	52
	3. Der dreidimensionale harmonische Oszillator	55
VI.	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	65
	Literaturverzeichnis	67
	Figurenbeschreibung	72
	Tabelle 1	
	Figuren 1 - 30	

I. EINLEITUNG

Nach Verbesserung der experimentellen Methoden zur Messung von Hochspinzuständen war es möglich, angeregte Banden in ug-Kernen zu messen. In der Region der Übergangskerne Os, Ir, Pt konnten sogenannte "decoupled bands", d. h. Banden mit der Spinfolge $(I, I+2, I+4, \dots)$ gefunden werden, deren Energiedifferenzen den benachbarten $A-1$ - bzw. $A+1$ - gg - Kernen ziemlich genau entsprachen. Diese Phänomene ließen sich nicht mit den bisher bekannten Modellen erklären. Die bekannten Modelle sind:

1. Weak-Coupling-Modell: Im Weak-Coupling-Modell nimmt man an, daß das Core, der $A-1$ -gg-Kern, sphärisch ist. Die Ankopplung des Leuchtnukleons geschieht mit Hilfe der Störungsrechnung. Dieses Modell ist nur anwendbar in der nächsten Nähe abgeschlossener Schalen.
2. Strong-Coupling-Modell: Das Modell geht davon aus, daß der Kern eine deformierte Gleichgewichtsgestalt hat. Man behandelt zunächst die relativ schnelle Bewegung des Teilchens bezüglich des deformierten Cores und nimmt an, daß die Vibrationen und Rotationen des Cores adiabatisch langsam sind. Natürlich ist dieses Modell nur für Rotationskerne anwendbar.

Das Weak-Coupling-Modell wurde dadurch verbessert, daß die Kopplung des in der Schalenmodellbasis berechneten Einteilchenhamiltonoperators an den kollektiven Rumpf durch Diagonalisierung anstelle von Störungsrechnung gelöst wurde ^{1, 2}. In der Arbeit von Covello et al. ² wird dieses Modell auch auf die Ankopplung eines Loches an einen gg-Kern erweitert, was es ermöglicht, Einteil-

chenzustände in einem ug-Kern durch Lochzustände im A+1 - gg - Kern zu erklären.

Das Rotations-Vibrations-Modell, das auch Vibrationen in einem axialsymmetrisch deformierten Kern zuläßt, zusammen mit der Annahme eines Wood-Saxon-Potentials für das ungerade Teilchen und eines Thomas-Terms zur Beschreibung der l-s-Kraft, wurde von Faessler³ dazu verwandt, auch γ -Vibrationen in deformierten Kernen zu behandeln. Weller⁴ erweiterte dieses Modell, indem er

1. die Störung des Einteilchenpotentials durch die kollektive Bewegung bis zur zweiten Ordnung in $\propto$ berechnete und
2. auch Quasiteilchenfreiheitsgrade in seine Rechnungen mit einschloß.

Stephens und Diamond⁵ bezogen in ihre Rechnungen bei schwach deformierten Kernen wie La die Corioliskopplung des Teilchendrehimpulses mit dem Drehimpuls des rotierenden Rumpfes ein und konnten dadurch die entkoppelten Banden, die in diesen Kernen bei Zuständen hohen Spins auftraten, erklären.

Meyer-ter-Vehn⁶ konnte zeigen, daß diese entkoppelten Banden besonders dann auftreten, wenn man für den Rumpf keinen axialsymmetrisch deformierten sondern einen triaxialen Kern zugrunde legte. Dadurch wurden sowohl Banden hohen als auch niedrigen Spins wiedergegeben.

Toki und Faessler⁷ verbesserten dieses Modell durch die Annahme, daß man Hochspinzuständen ein kleineres Trägheitsmoment zuordnen sollte als Zuständen niedrigen Spins.

In der Arbeit von Leander⁸ wurden, ähnlich wie bei uns,

deformierte Phononen zur Diagonalisierung des kollektiven Quadrupolhamiltonoperators benutzt, an den dann das ungerade Teilchen gekoppelt werden konnte.

Die Aufgabe unserer Arbeit war es, das Gneuß-Greiner-Modell ⁹ für gg-Kerne, das Levelschemata, Quadrupolmomente für alle quadrupolförmigen Kernformen, sowohl sphärische als auch deformierte, vorhersagt, als Basis für die Beschreibung des A-1 - Rumpfes zu benutzen, um die Spektren in Übergangskernen, die nicht so sehr asymmetrische Rotatoren sondern vielmehr sehr γ -instabile Kerne sind, richtig wiederzugeben. In den folgenden Kapiteln wird zunächst ein Modell zur Kopplung des Gneußschen Hamiltonoperators an die Einteilchenbewegung, beschrieben durch einen harmonischen Oszillator, entwickelt. Dann wird die universelle Anwendbarkeit dieses Modells sowohl für sphärische als auch stark deformierte Kerne gezeigt. Weiterhin werden Spektren in den Übergangsregionen Os, Ir, Pt angefügt, deren experimentelle Spektren in den letzten Jahren vermessen worden sind. Im letzten Kapitel wird auf die Unzulänglichkeit unseres Einteilchenmodells, besonders bei der Beschreibung der -Abhängigkeit der Fermikante, hingewiesen und Möglichkeiten für die Behebung dieser Mängel aufgezeigt.

II. DAS MODELL

1. Das kollektive Kernmodell

In diesem Teil führen wir ein kollektives Modell ein, das die Quadrupolfreiheitsgrade des Kerns beschreibt.

a) Die Quadrupolkoordinaten

Ein Kern hat mehrere Freiheitsgrade für Quadrupolbewegungen, nämlich die Quadrupolbewegungen der Oberflächenvibrationen, der Riesenresonanzen sowie nicht kollektiver Anregungen, bei denen nur wenige Nukleonen beteiligt sind. Im folgenden beschränken wir uns auf die Quadrupolbewegungen der Kernoberfläche, von denen man annimmt, daß sie für die Niederenergieanregungsspektren von gg-Kernen verantwortlich sind.

Die Quadrupolkoordinaten $\alpha_{2\mu}$ definieren die Form des Kerns. Wie im Liquid drop Modell (LDM) nimmt man im Modell von Gneuß und Greiner ⁹ an, daß die Dichte innerhalb der quadrupolartig deformierten Oberfläche homogen verteilt ist.

$$R(r, \varphi) = R_0 \left(1 + \sum_{\mu=2}^2 \alpha_{2\mu} Y_{2\mu}^*(r, \varphi) - \frac{1}{4\pi} \sum_{\mu=2}^2 |\alpha_{2\mu}|^2 \right) \quad (1)$$

Der mittlere Radius R_0 ist mit 1.1 A fm angegeben, und der letzte Term ist eine Korrektur zur Volumenerhaltung. Obwohl angenommen wird, daß die intrinsische Dichte einen scharfen Rand an der Kernoberfläche hat, bewirkt der quantenmechanische Erwartungswert des Dichteoperators einen allmählichen Abfall über die Kernoberfläche und ergibt den größten Beitrag zur gemessenen Oberflächendicke von 2.5 fm. Um die Realität der Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ zu gewährleisten, müssen die Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ folgende Bedingungen erfüllen:

$$\alpha_{2\mu}^* = (-)^{\mu} \alpha_{2,-\mu} \quad (2)$$

Sie transformieren sich wie die Kugelflächenfunktionen unter Raumdrehungen. Deshalb ist der Ausdruck

$$\sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\vartheta, \varphi) = \sum_{\mu=-2}^2 \alpha'_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\vartheta', \varphi') \quad (3)$$

ein Skalar unter Rotationen des Koordinatensystems. Die Größen $\alpha'_{2\mu}, \vartheta', \varphi'$ sind im rotierten Koordinatensystem gemessen. Die Relationen (2) und (3) genügen, um den verallgemeinerten Hamiltonoperator zu konstruieren, der von den Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ abhängt. Um die kollektiven Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ mit den nukleonischen Koordinaten zu verknüpfen, sollte man das Quadrupolmoment im kollektiven Bild mit dem entsprechenden Moment im mikroskopischen Bild vergleichen. Das Quadrupolmoment in Abhängigkeit von $\alpha_{2\mu}$ ist bis in zweiter Ordnung in α gegeben als

$$\begin{aligned} Q_{2\mu} &= \int_{\mathcal{R}(\vartheta, \varphi)} \varrho r^2 Y_{2\mu} d\tau \\ &= \varrho_0 R_0^5 \left\{ \alpha_{2\mu} - \frac{10}{\sqrt{20\pi}} \left[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]} \right]_{\mu}^{[2]} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

Daraus erhalten wir in erster Ordnung die Verknüpfung

$$\alpha_{2\mu} = \frac{1}{\varrho_0 R_0^5} \sum_{i=1}^A r_i^2 Y_{2\mu}(\vartheta_i, \varphi_i) \quad (5)$$

Die letzte Gleichung zeigt, daß die Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ invariant unter Paritätstransformationen sind. Man erkennt daraus, daß alle Zustände, die durch quadrupolar-tige Oberflächenvibrationen beschrieben werden, positive

Parität haben.

Die fünf Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ beschreiben für nicht allzu große Werte von $\alpha_{2\mu}$ eine ellipsoidale Kernform. Deshalb wird wie bei Bohr und Mottelson¹⁰ ein Koordinatensystem, das intrinsische Koordinatensystem, eingeführt, in dem der Kern auf Hauptachsen transformiert ist. Das intrinsische System wird definiert durch die folgende Wahl der transformierten Koordinaten $\alpha_{2\mu} = a_{2\mu}$

$$a_{21} = a_{2-1} = 0 \qquad a_{22} = a_{2-2}$$

Mit der Parametrisierung

$$a_{20} = \beta \cos \gamma \quad \text{und} \quad a_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma \quad (5a)$$

kann die Kernoberfläche im intrinsischen System geschrieben werden als

$$R = R_0 \left\{ 1 - \beta \cos \gamma \cdot \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \vartheta - 1) + \beta \sin \gamma \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{\pi}} \sin^2 \vartheta \cos 2\varphi - \frac{1}{4\pi} \beta^2 \right\} \quad (6)$$

β und γ werden als Polarkoordinaten in der $\beta\gamma$ -Ebene interpretiert, in der jeder Punkt eine unterschiedliche Quadrupolform repräsentiert. Alle Formen außerhalb des Sektors $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ, \beta > 0$ können aus Formen innerhalb des Sektors durch wiederholte Anwendung der beiden Basistransformationen

$$\begin{aligned} \beta' &= \beta ; \quad \gamma' = -\gamma \\ \beta' &= \beta ; \quad \gamma' = \gamma - \frac{2\pi}{3} \end{aligned} \quad (7)$$

erzeugt werden.

Deshalb braucht man nur den Sektor $0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$ zu betrachten. Wie man aus Figur (1) ansehen kann, liegen die prolata deformierten Kernformen auf der Achse $\gamma = 0^\circ$, die oblaten auf $\gamma = 60^\circ$. Zwischen diesen Linien sind triaxial deformierte Kerne zu finden.

b) Die Potentialenergiefläche

Die potentielle Energie des Modells hängt von der Kernform ab. Wegen ihrer Invarianz gegenüber Rotationen des Koordinatensystems kann die potentielle Energie nur eine Funktion der intrinsischen Deformationsparameter β und γ sein.

$$V = V(\beta, \gamma)$$

Da die Transformationen (7) nicht die Kernform, sondern nur ihre Orientierung im intrinsischen System ändern, muß das Potential invariant unter diesen Rotationen sein.

$$V(\beta, \gamma) = V(\beta, -\gamma)$$

$$V(\beta, \gamma) = V(\beta, \gamma - \frac{2\pi}{3})$$

(8)

Alle Funktionen des Typs $V(\beta, \cos 3\gamma)$ erfüllen die Relation (8). Um die analytische Form des Potentials einzuschränken, verlangen wir, daß V in Potenzen der Oberflächenkoordinaten α_μ entwickelt werden kann. Diese Bedingung läßt sich nur erfüllen, wenn das Potential aus den beiden Invarianten L_2 und L_3 aufgebaut wird, in denen die Koordinaten zu Skalaren gekoppelt sind:

$$L_2 = [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} = \frac{1}{\sqrt{5}} \beta^2$$

$$L_3 = [[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} = \sqrt{\frac{2}{35}} \beta^3 \cos 3\gamma$$

(9)

Mit diesen Invarianten können wir die allgemeinste Entwicklung des Potentials in Potenzen von $\alpha_{2\mu}$ bis zu Termen in α^6 wie folgt aufschreiben:

$$\begin{aligned}
 V &= C_2 L_2 + C_3 L_3 + C_4 L_2^2 + C_5 L_2 L_3 + C_6 L_3^2 + D_6 L_2^3 \\
 &= C_2 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} + C_3 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \\
 &\quad + C_4 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \\
 &\quad + C_5 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} [[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \\
 &\quad + C_6 [[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} [[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \\
 &\quad + D_6 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Es können keine anderen Invarianten bis zur sechsten Ordnung in α gebildet werden. Die Entwicklung in α ist soweit ausgeführt, daß der Ansatz (10) alle physikalisch relevanten Potentialenergieflächen wiedergibt. Je nachdem, wie man die 6 freien Parameter wählt, erhält man sehr verschiedenartige PES. In Figur (2) werden typische PES für einen sphärischen, einen prolat, einen triaxial und einen oblat deformierten Kern gezeigt. Durch die PES erhält man ein qualitatives Verständnis des niederenergetischen Verhaltens eines Kerns. Die Position des tiefsten Minimums bestimmt im allgemeinen die Deformation des Grundzustandes. Die Tiefe des Minimums gibt eine Aussage darüber, wie stabil die Deformation des Kerns ist, wenn er

angeregt wird, wohingegen die Täler der Potentialenergiefläche Instabilitäten der Kernform anzeigen. Wenn der Kern isomere Zustände hat, dann erscheint ein zweites oder drittes Minimum in der PES.

c) Der Operator der kinetischen Energie

Der Operator der kinetischen Energie wird aufgebaut aus den Impulsen $\overline{\pi}_{2\mu}$ und den Koordinaten $\alpha_{2\mu}$. Wenn die kinetische Energie nur die einfache Bilinearform

$$T = B_2 [\dot{\alpha}^{[2]} \times \dot{\alpha}^{[2]}]^{[0]} \quad (11)$$

besitzt, dann sind die zu den $\alpha_{2\mu}$ kanonisch konjugierten Impulse gegeben durch

$$\overline{\pi}_{2\mu} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}_{2\mu}} = \frac{2}{\sqrt{5}} B_2 (-)^{\mu} \dot{\alpha}_{2-\mu} \quad (12)$$

Aus dieser Gleichung finden wir, daß sich die Impulse $\overline{\pi}_{2\mu}$ wie die komplex konjugierten Koordinaten $(-)^{\mu} \alpha_{2-\mu} = \alpha_{2\mu}^*$ unter Rotationen des Koordinatensystems transformieren. Um rotationsinvariante Größen wie in Gleichung (9) konstruieren zu können, führen wir den kovarianten Tensor $\overline{\pi}^{[2]}$ mit den Komponenten $(-)^{\mu} \overline{\pi}_{2-\mu}$ ein, die sich wie die Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ transformieren. Die allgemeine Form des Operators der kinetischen Energie, der invariant ist unter Zeitumkehr und Rotation des Koordinatensystems, lautet bis zu Termen in vierter Ordnung:

$$\begin{aligned} T = & P_2 [\overline{\pi}^{[2]} \times \overline{\pi}^{[2]}]^{[0]} + P_3 [\overline{\pi}^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \overline{\pi}^{[2]}]^{[0]} \\ & + \sum_{n=0}^2 P_4 \left\{ [\overline{\pi}^{[2]} \times \overline{\pi}^{[2]}]^{[2n]} \times [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2n]} \right\} + [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2n]} \times [\overline{\pi}^{[2]} \times \overline{\pi}^{[2]}]^{[2n]} \} \\ & + P_4 [\overline{\pi}^{[2]} \times \overline{\pi}^{[2]}]^{[0]} \times [\overline{\pi}^{[2]} \times \overline{\pi}^{[2]}]^{[0]} \end{aligned} \quad (13)$$

mit

$$P_2 = \frac{5}{4 B_2}$$

Die Terme, multipliziert mit P_3 , $P_4^{0,2,4}$, beschreiben deformationsabhängige, der Term P_4 geschwindigkeitsabhängige Massen. Die Terme $P_4^{0,2,4}$ sind symmetrisiert, um die Hermitizität zu gewährleisten. Die praktischen Rechnungen haben gezeigt, daß im allgemeinen die Terme niedrigster Ordnung (P_2 , P_3) genügen, das experimentelle Spektrum zu reproduzieren.

d) Der Hamiltonoperator

Der Hamiltonoperator des Gneuß - Greiner Modells ⁹ lautet:

$$H = T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu}) + V(L_2, L_3) \quad (14)$$

wobei T aus Gleichung (13) und V aus Gleichung (10) stammt. Nimmt man an, daß die $\pi_{2\mu}$ und $\alpha_{2\mu}$ kanonisch konjugierte Größen sind, dann kann man die Quantisierung durch die gewöhnlichen Kommutatorbeziehungen

$$\begin{aligned} [\alpha_{2\mu}, \alpha_{2\mu'}] &= [\pi_{2\mu}, \pi_{2\mu'}] = 0 \\ [\alpha_{2\mu}, \pi_{2\mu'}] &= i\hbar \delta_{\mu\mu'} \end{aligned} \quad (15)$$

eingeführen.

Der Hamiltonoperator (14) genügt den Bedingungen der Invarianz gegen Raumdrehungen und Zeitumkehr. Im Hamiltonoperator H sind keine weiteren Annahmen über die physikalische Bedeutung der Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ gemacht worden. Deshalb ist das Energiespektrum von H formal unabhängig von der Annahme, wie die Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ die Kernform bestimmen.

Im Gegensatz zu H hängen alle Operatoren, die die Form der Massen- und Ladungsverteilung messen, stark von der Annahme unseres Modelles ab, daß die Dichte innerhalb des Kerns - wie in Gleichung (1) beschrieben - homogen verteilt ist. Zum Beispiel ist der Quadrupoloperator, der für die Berechnung der reduzierten E2 - Übergangswahrscheinlichkeiten und des Quadrupolmomentes eines Zustandes benötigt wird, bei homogener Ladungsverteilung Q_2 bis zur zweiten Ordnung in α gegeben als

$$Q_{2\mu} = Q_2 R_0^5 \left\{ \alpha_{2\mu} - \frac{10}{170\pi} [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]_{\mu}^{[2]} \right\} \quad (16)$$

Andere Annahmen über die intrinsische Dichteverteilung - wie z.B. Fermiverteilung - würden die α -Abhängigkeit dieses Operators ändern.

e) Die Diagonalisierung des kollektiven Hamiltonoperators

In der Literatur werden zwei verschiedene Methoden vorgeschlagen, die Eigenwerte des kollektiven Hamiltonoperators in Gleichung (14) zu berechnen. Sie unterscheiden sich in dem Koordinatenraum, in dem das Problem gelöst wird. Kumar und Baranger haben die ¹¹ Wellenfunktionen und Eigenwerte dadurch erhalten, daß sie die intrinsischen Koordinaten β und γ sowie die Eulerwinkel benutzten, um dann ein gekoppeltes System von Differentialgleichungen in den Koordinaten β und γ numerisch zu integrieren. Gneuß und Greiner haben den Hamiltonoperator (14) mit den Zuständen des fünfdimensionalen harmonischen Oszillators in Abhängigkeit von den Koordinaten $\alpha_{2\mu}$ diagonalisiert. Der Vorteil der letzteren Methode liegt darin, daß sowohl sphärische als auch deformierte Kerne ohne Schwierigkeiten behandelt werden können. Auch taucht das Problem der Symme-

trisierung der Wellenfunktionen nicht auf, die man bei der Behandlung mit den Eulerwinkeln und β und γ beachten muß.

f) Die Eigenzustände des fünfdimensionalen Oszillators
Im folgenden studieren wir die Klassifikation der Zustände des fünfdimensionalen harmonischen Oszillators. Diese Zustände werden zur Diagonalisierung von H benötigt. Der Hamiltonoperator (14) kann in den Zuständen des fünfdimensionalen harmonischen Oszillators diagonalisiert werden.

$$H' = P_2' [\pi^{[2]} \times \pi^{[2]}]^{[0]} + C_2' [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \quad (17)$$

$$P_2' = \frac{4}{5B_2'}$$

Es ist nun üblich, das Phononbild mit den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren β_μ^+, β_μ einzuführen, die die Kommutatorbeziehungen für Bosonen erfüllen.

$$[\beta_\mu, \beta_{\mu'}] = [\beta_\mu^+, \beta_{\mu'}^+] = 0$$

$$[\beta_\mu, \beta_{\mu'}^+] = \delta_{\mu\mu'} \quad (18)$$

Der Operator β_μ^+ erzeugt ein Phonon mit Drehimpuls 2 und der z-Projektion μ . Mit Hilfe der Transformation

$$\alpha_{2\mu} = \frac{1}{2} \sqrt{\hbar \sqrt{\frac{5}{B_2' C_2'}}} \left(\beta_\mu^+ + (-)^{\mu} \beta_{-\mu} \right)$$

$$\pi_{2\mu} = i \sqrt{\hbar \sqrt{\frac{B_2' C_2'}{5}}} \left((-)^{\mu} \beta_{-\mu}^+ - \beta_\mu \right) \quad (19)$$

kann man den Hamiltonoperator (17) umformen in

$$H' = \hbar \omega' \sum_{\mu=-2}^2 \left(\beta_\mu^+ \beta_\mu + \frac{1}{2} \right), \quad \omega' = \sqrt{\frac{C_2'}{B_2'}} \quad (20)$$

Die Eigenzustände von (20) sind für eine feste Anzahl von N Phononen hochgradig entartet. Ihre Reduktion wird ausführlich in der Literatur^{9,12} untersucht.

Wegen der Invarianz des Hamiltonoperators (20) und der Kommutatorbeziehungen (18) unter fünfdimensionalen unitären Transformationen $U = (U_{\mu\nu})$ können die Eigenzustände von (20) nach den irreduziblen Darstellungen der $SU(5)$ - Gruppe klassifiziert werden. Es sind aber die nur total-symmetrischen Darstellungen von Null verschieden, da die Operatoren $\beta_\mu, \beta_\mu^\dagger$ die Kommutatorbeziehungen (18) erfüllen. Die totalsymmetrischen Zustände von N Phononen können durch ein Young-Tableau $[N]$ dargestellt werden, das aus einer Reihe mit N Kästchen besteht. Zur weiteren Reduktion nutzen wir die Tatsache aus, daß der Hamiltonoperator (20) unter den fünfdimensionalen orthogonalen Transformationen von $R(5)$ invariant ist.

Die symmetrischen irreduziblen Darstellungen von $R(5)$ werden mit $(v,0)$ bezeichnet, wobei v die Seniorität des Zustandes darstellt. Die Seniorität ist gleich der Anzahl aller Erzeugungsoperatoren eines Zustandes, von denen kein Paar zu Drehimpuls Null gekoppelt werden kann. Die Zustände sind bezüglich der $SU(5)$ - und $R(5)$ -Gruppe vollständig durch $[N], (v,0)$ klassifiziert.

g) Die physikalische Basis $R(5) \supset R(3)$

Da der Drehimpulsoperator $\vec{J}$ mit dem Hamiltonoperator (17), einem Skalar in $R(3)$ kommutiert, können die Eigenzustände durch die Eigenwerte $l(l+1)$ und m von J^2 bzw. J_z klassifiziert werden. Für $v \leq 6$ ergeben sich die möglichen Darstellungen von $R(3)$, die durch l charakterisiert und in einem $R(5)$ -Multiplett enthalten sind, durch

$$\begin{array}{ll}
 (0,0) & l = 0; \\
 (1,0) & l = 2; \\
 (2,0) & l = 2,4; \\
 (3,0) & l = 0,3,4,6; \\
 (4,0) & l = 2,4,5,6,8; \\
 (5,0) & l = 2,4,5,6,7,8,10; \\
 (6,0) & l = 0,3,4,6^2,7,8,9,10,12
 \end{array} \tag{21}$$

Bei der Aufspaltung von $(6,0)$ tauchen zwei Multipletts mit $l = 6$ auf, die sich in ihren Zwischenkopplungen unterscheiden und die nicht linear abhängig sind. Diese Entartung nimmt mit höheren Senioritäten v zu. Um die äquivalenten Darstellungen von $R(3)$ unterscheiden zu können, führt man einen zusätzlichen Nummerierungsindex α ein. Damit können die Basiszustände, die aufgrund der Gruppenkette $SU(5) \supset R(5) \supset R(3)$ reduziert wurden, klassifiziert werden:

$$|[N] (v,0), \alpha, \ell, m \rangle \tag{22}$$

Im Prinzip könnte der Index α mit den Eigenwerten eines Operators wie in ⁽¹²⁾ in Verbindung gebracht werden; jedoch besteht für einen solchen Operator keine Notwendigkeit, solange wir nur Zustände mit $l \leq 6$ betrachten, weil dann die Zustände mit $v = 6 + 3\gamma$, $l = 6$, $\gamma = 0,1,2\dots$ nur zweifach in Bezug auf den Drehimpuls entartet sind, wohingegen alle anderen $R(3)$ - Multipletts einfach sind. Deshalb genügen zwei Werte für α in (22), um alle Zustände bis $l = 6$ eindeutig zu klassifizieren.

- h) Die mathematische Basis $R(5) \supset R(4) = SU(2) \times SU(2)$
 Um die Matrixelemente des Hamiltonoperators (14)

auszurechnen, wurde eine andere Reduktion der $R(5)$ -Darstellung vorgezogen. Bei dieser Reduktion benutzt man die Gruppenkette $R(5) \supset R(4) = SU(2) \times SU(2)$. Wir haben diese Basis im Gegensatz zur physikalischen Basis in (22) die mathematische Basis genannt.

i) Die Diagonalisierung von H

Der Hamiltonoperator (14) wird mit den physikalischen Basiszuständen (22) diagonalisiert, weil nur die physikalische Basis aus Eigenzuständen des Drehimpulsoperators besteht. Die Eigenzustände von (14) können in Bezug auf ihren Drehimpuls I und z -Projektion M klassifiziert werden. Die Entwicklung lautet demnach

$$|\gamma, IM\rangle = \sum_{N\nu\alpha}^{N_{\max}} C_{\gamma I, N\nu\alpha} |[N](\nu, 0) \alpha IM\rangle \quad (23)$$

Die Anzahl der Basiszustände wächst sehr stark mit der Phononenzahl N . Die Summation ist beschränkt auf Werte $0 \leq \nu \leq N$ und $N \leq N_{\max} = 32$. Die Konvergenz der numerischen Diagonalisierung hängt ab

- von der maximalen Anzahl $N_{\max}$ der Phononen, bis zu der die Entwicklung (23) getrieben wird,
- von der Oszillatorlänge $\sqrt{\frac{\hbar}{2\mu}} \sqrt{\frac{5}{B_2 C_2}}$ des harmonischen Oszillators und
- von der speziell gewählten Potentialenergiefläche.

2. Der Hamiltonoperator für ug-Kerne

a) Der dynamische Einteilchenhamiltonoperator

Der in Gleichung (10) beschriebene Hamiltonoperator gibt die Anregungsspektren von quadrupolartig deformierten gg-Kernen wieder und dient in unserem Modell zur Be-

schreibung des Rumpfes. Um u_g -Teilchen beschreiben zu können, müssen wir zusätzlich einen Hamiltonoperator für das Leuchtnukleon sowie einen Kopplungsterm zwischen kollektiver und Einteilchenbewegung aufstellen. Wir haben als Hamiltonoperator des Leuchtnukleons einen sphärischen harmonischen Oszillator gewählt, der mit Spin-Bahn sowie einem gemittelten l^2 -Term folgende Form hat

$$H_{sp}(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) = T + V(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) \quad (24)$$

Für $V(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})$ ergibt sich

$$V(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2 + C(\hat{l}\hat{s}) + D(\hat{l}^2 - \langle N | \hat{l}^2 | N \rangle) \quad (25)$$

Anstelle des reinen l^2 -Terms wurde hier die Abweichung des $\hat{l}^2$ -Operators von seinem mittleren Wert über eine N -Schale eingeführt. Auf diese Weise wird der Schwerpunkt der Oszillatorschalen erhalten und man umgeht die Schwierigkeit der Anpassung der Schalenmodellparameter für verschiedene Schalen. Führt man die dimensionslose Variable¹³

$$r' = (m \omega_0 / \hbar)^{1/2} r$$

ein, so erhält der Einteilchenhamiltonoperator die Form

$$H_{sp}(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 (-\Delta' + r'^2) + C(\hat{l}\hat{s}) + D(\hat{l}^2 - N(N+3)) \quad (26)$$

H_{sp} muß die Schrödingergleichung

$$H_{sp}(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) \phi_{nlsjm} = \varepsilon_{nlsjm} \phi_{nlsjm} \quad (27)$$

erfüllen. Die ϕ_{neljm} sind dabei zusammengesetzt aus den Lösungen R_{nel} der Radialgleichung des sphärischen harmonischen Oszillators, den Kugelflächenfunktionen Y_{elm} sowie den Spinfunktionen $\chi_{1/2 m_s}$.

$$\phi_{neljm} = R_{nel} \sum_{m_l, m_s} (l m_l \frac{1}{2} m_s | j m) Y_{elm_l} \chi_{1/2 m_s} \quad (28)$$

Die Eigenwerte von $H_{sp}(r, l, s)$ ergeben sich zu

$$E_{nel \frac{1}{2} j} = \hbar \omega_0 \left\{ (N + \frac{3}{2}) - \kappa \left[j(j+1) - \frac{3}{4} - l(l+1)(1-\mu) \right] + \kappa \mu^{\frac{1}{2}} N(N+3) \right\} \quad (29)$$

wobei μ und κ aus den Arbeiten von Morovic¹⁴ bzw. Ragnarsson et al.¹⁵ als Funktion von $A^{1/3}$ entnommen werden und $\hbar \omega_0$ den üblichen Wert

$$\hbar \omega_0 = 41 A^{-1/3} \text{ MeV}$$

besitzt. Da nach Konstruktion der Hamiltonoperatoren H_{coll} und H_{sp} die Eigenfunktionen $| \gamma L M \rangle$ und $\phi_{neljm} = | j m \rangle$ Eigenfunktionen zu den entsprechenden Drehimpulsoperatoren sind, ergibt sich als Basis für den Gesamthamiltonoperator die Wellenfunktionen Ψ_{IM} mit halbzahligen Drehimpuls I und der Projektion M .

$$\begin{aligned} \Psi_{IM} &= | L M (l s) j m I M \rangle \\ &= \sum_{nelj} C_{\gamma L n e j I} \left[| \gamma L M \rangle \otimes | n l j m \rangle \right]_I^I \end{aligned} \quad (30)$$

Durch diese Wahl der Kopplung ist das Gesamtsystem rotationsinvariant und I und M gute Quantenzahlen. Obwohl wir bisher bei der Aufstellung unseres Hamiltonoperators davon ausgegangen waren, daß durch H_{sp} immer ein Teilchen

- Proton oder Neutron - beschrieben wird, das man an den kollektiven gg-Kern ankoppelt, kann mit $H_{sp}(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})$ genauso gut ein Loch gemeint sein, das durch das Heraus-schlagen eines Nukleons im gg-Kern entsteht. Sollten wir jedoch sowohl Teilchen - als auch Lochzustände in einem ug-Kern betrachten, so muß, um die Teilchenzahl zu erhalten, das Teilchen an den darunterliegenden $(A-1)$ -gg-Kern, das Loch aber an den darüberliegenden $(A+1)$ -gg-Kern gekoppelt werden.

In Figur 3a ist das Schema unseres Core-Teilchen-Modells zu erkennen. Bis zur Fermikante λ_F sind alle Niveaus durch die Nukleonen des kollektiven Rumpfes besetzt. Die oberhalb der Fermikante liegenden unbesetzten Niveaus sind mögliche Anregungszustände unseres ungepaarten Teilchens, wobei die Anregungsenergie relativ zur Fermikante λ_F gemessen wird. Figur 3b zeigt die Situation im Falle des Core-Loch-Modells. Hier stehen unserem Loch nur Zustände unterhalb der Fermikante zur Verfügung. Die Anregungsenergien werden auch hier relativ zu λ_F gemessen, nur liegt die Richtung positiver Energie der im Teilchenfall entgegengesetzt.

An dieser Diskussion erkennt man, daß bei der Auswahl der unserem ungepaarten Teilchen (Loch) zur Verfügung stehenden freien (besetzten) Zuständen peinlich darauf geachtet werden muß, ob diese Zustände nicht bereits durch Rumpfnukleonen (Im Loch-Falle dürfen es keine freien Zustände oberhalb der Fermikante sein) besetzt sind. Eine Besetzung von Zuständen, die bereits andere Nukleonen innehaben (bzw. die frei sind), würde das Prinzip der Teilchenzahlerhaltung und das Pauliprinzip verletzen. Das ungerade Teilchen (Loch) muß demnach immer gegenüber dem kollektiven Rumpf antisymmetrisiert werden.

Wie man aus dem Nilssonmodell¹³ weiß, ordnen sich die Einteilchenniveaus bei wachsender Deformation um, d.h. Zustände, die im sphärischen Falle besetzt waren, sind dann frei oder umgekehrt. Unsere Fermikante müßte demnach von α abhängig sein und andere Besetzungsmöglichkeiten zulassen. Für unsere Rechnungen reichte es aus, die für das ungerade Teilchen (Loch) erlaubten Besetzungszustände bei $\beta_1 = 0$ zu bestimmen. Zur weiteren Diskussion der variablen Fermikante sei auf Kapitel V hingewiesen.

Im folgenden Abschnitt über das Kopplungspotential wird - ohne Beschränkung der Allgemeinheit - von der Kopplung eines zusätzlichen ungepaarten Teilchens an einen kollektiven Rumpf gesprochen. Die Probleme der Lochkopplung werden im darauf folgenden Abschnitt bearbeitet.

b) Das Kopplungspotential

Für einen schwingenden Kern ist das mittlere Potential deformationsabhängig. Um den Zusammenhang des dynamischen Potentials mit dem statischen Einteilchenpotential zu gewinnen, machen wir die Annahme, daß die Äquipotentialflächen der Oberfläche, die bei expliziter Berücksichtigung der Volumenerhaltung durch

$$R = R_0 \left(1 - \frac{1}{4\pi} \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu} + \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} \right) \quad (31)$$

beschrieben wird, der Schwingung adiabatisch folgen, wenn die Deformationsparameter $\alpha_{2\mu}$ sich zeitlich um ihren Gleichgewichtswert verändern. Dies ist verständlich, wenn man bedenkt, daß die Nukleonenbewegung im Vergleich zur kollektiven Bewegung mindestens um eine Größenordnung schneller ist.

Bei verschwindender Deformation sind die Äquipotential-

flächen Kugelflächen um den Ursprung des Koordinatensystems. Nimmt man ein sphärisches Schalenmodellpotential $V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})$ als gegeben an, dann hat das deformationsabhängige Potential

$$V(\alpha_{2\mu}, \hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) = V \left(\frac{r}{1 - \frac{1}{4\pi} \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu} + \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu}}, \hat{l}, \hat{s} \right) \quad (32)$$

die Äquipotentialflächen:

$$r = \text{const} \left(1 - \frac{1}{4\pi} \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu} + \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} \right)$$

Man kann nun (32) nach Potenzen der Kollektivparameter in einer Taylorreihe um den Ursprung $\alpha_{2\mu} = 0$ entwickeln und erhält bis zur zweiten Ordnung in α :

$$\begin{aligned} V(\alpha_{2\mu}, \hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) &= V(0, \hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) + \frac{1}{1!} \sum_{\mu=-2}^2 \left(\frac{\partial V}{\partial \alpha_{2\mu}^*} \right) \alpha_{2\mu} + \frac{1}{2!} \sum_{\mu, \mu'=-2}^2 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \alpha_{2\mu}^* \partial \alpha_{2\mu'}} \right) \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu'} \\ &= V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) + \sum_{\mu} \left(\frac{\partial V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_{2\mu}^*} \frac{r}{1 - \frac{1}{4\pi} \sum_{\nu} \alpha_{2\nu}^* \alpha_{2\nu} + \sum_{\nu} \alpha_{2\nu}^* Y_{2\nu}} \right) \alpha_{2\mu}^* \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{\mu, \mu'} \frac{\partial}{\partial \alpha_{2\mu}^*} \left(\frac{\partial V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})}{\partial r} \right) \frac{\partial}{\partial \alpha_{2\mu'}^*} \left(\frac{r}{1 - \frac{1}{4\pi} \sum_{\nu} \alpha_{2\nu}^* \alpha_{2\nu} + \sum_{\nu} \alpha_{2\nu}^* Y_{2\nu}} \right) \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu'}^* \\ &= V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) - \left(\frac{\partial V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})}{\partial r} \right)_{\alpha=0} r \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} + \left(\frac{\partial V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})}{\partial r} \right)_{\alpha=0} r \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} \sum_{\mu'} \alpha_{2\mu'}^* Y_{2\mu'} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})}{\partial r^2} \right)_{\alpha=0} r^2 \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} \sum_{\mu'} \alpha_{2\mu'}^* Y_{2\mu'} + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})}{\partial r} \right)_{\alpha=0} \\ &\quad \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu} \end{aligned} \quad (33)$$

wobei $V(0, \hat{r}, \hat{l}, \hat{s}) = V_0(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s})$ gesetzt wurde.

Für ein Oszillatorpotential

$$V_0(\hat{r}) = m \omega_0^2 \frac{r^2}{2}$$

sowie der im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen dimensionslosen Variablen $r' = (m \omega_0 / \hbar)^{1/2}$ bekommt H_{coup} die Form

$$\begin{aligned} H_{\text{coup}} = & -\hbar \omega_0 r'^2 \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu} + \frac{3}{2} \hbar \omega_0 r'^2 \sum_{\mu, \mu'} \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu'}^* Y_{2\mu} Y_{2\mu'} \\ & + \frac{1}{4\pi} \hbar \omega_0 r'^2 \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu} \end{aligned} \quad (34)$$

Im folgenden setzen wir $r' = r$. Da sowohl die $Y_{2\mu}$'s als auch die $\alpha_{2\mu}$'s Tensoren zweiter Stufe sind, kann man deren Kontraktion als

$$[T^{(a)} \times T^{(b)}]_{K_3}^{(c)} = \sum_{K_1, K_2} (a K_1, b K_2 | c K_3) T_{K_1}^{(a)} T_{K_2}^{(b)} \quad (35)$$

aufschreiben, wobei $(a K_1, b K_2 | c K_3)$ einen Clebsch-Gordan-Koeffizienten darstellt. Mit (35) erhält H_{coup} die Form

$$\begin{aligned} H_{\text{coup}} = & -\hbar \omega_0 r^2 \sqrt{5} [\alpha^{[2]} Y^{[2]}]^{[0]} + \frac{15}{2} \hbar \omega_0 r^2 [\alpha^{[2]} \times Y^{[2]}]^{[0]} [\alpha^{[2]} \times Y^{[2]}]^{[0]} \\ & + \frac{5}{4\pi} r^2 \hbar \omega_0 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \end{aligned} \quad (36)$$

Ändert man nun die Kopplungen im zweiten Term mit Hilfe der Umformung

$$[[T_1^{[j_1]} \times T_2^{[j_2]}]^{[j]} \times [T_3^{[j_3]} \times T_4^{[j_4]}]^{[j]}]^{[0]} = \quad (37)$$

$$= \sum_{J''} (-)^{j_2+j_3+J'+J''} [(2J'+1)(2J''+1)]^{1/2} \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & J' \\ j_4 & j_3 & J'' \end{matrix} \right\} \quad (37)$$

$$\times \left[\left[T_1^{[j_1]} \times T_3^{[j_3]} \right]^{[0]} \times \left[T_2^{[j_2]} \times T_4^{[j_4]} \right]^{[0]} \right]^{[0]}$$

und macht von der Relation

$$[Y^{[2]} \times Y^{[2]}]^{[4]} = \frac{5}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y^{[4]} \quad (38)$$

Gebrauch, so erhält man für H_{coup}

$$H_{\text{coup}} = -\hbar \omega_0 r^2 \sqrt{5} [\alpha^{[2]} \times Y^{[2]}]^{[0]} + \frac{\sqrt{5}}{4\pi} r^2 \hbar \omega_0 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \quad (39)$$

$$+ \frac{3}{2} \hbar \omega_0 r^2 \left\{ \left[[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \times \frac{5}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y^{[0]} \right]^{[0]} \right.$$

$$+ \sqrt{5} [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \frac{5}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y^{[2]} \Big]^{[0]}$$

$$+ 3 \left[[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[4]} \times \frac{5}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y^{[4]} \right]^{[0]}$$

Dieser Ansatz für den dynamischen Einteilchenhamiltonoperator wurde bei unseren Rechnungen verwandt. Die anderen Autoren wie Faessler³, Meyer-ter-Vehn⁶ sowie Toki⁷ beziehen in ihre Rechnungen nur den in α linearen Term ein und entwickeln das Kopplungspotential um einen in β und γ festen Punkt, das Minimum der potentiellen Energie ihres starren Rotators. In diesen Arbeiten sowie bei Weller⁴ werden auch Quasiteilchenanregungen betrachtet. Weller⁴ hat gezeigt, daß sich bei der Annahme eines Wood-Saxon-Potentials anstelle

eines harmonischen Oszillators nur minimale Abweichungen in den Spektren der ug-Kerne ergeben.

Sowohl in der Wahl des sphärischen harmonischen Oszillators als Hamiltonoperator für das ungerade d.h. ungepaarte Teilchen als auch in der Entwicklung des dynamischen Einteilchenpotentials um $\alpha = 0$ und dem Abbrechen nach der zweiten Ordnung sind Einschränkungen für die Anwendbarkeit des Modelles, da eine Entwicklung um $\alpha = 0$ nur beschränkt den Einteilchenzuständen eines Rotators bei großen β -Werten Rechnung trägt und hier auch höhere Terme in α bei der Taylorentwicklung mitgenommen werden müssen. Es ist demnach möglich, daß unser Modell nicht alle Phänomene besonders stark deformierter Kerne beschreiben kann. In den von uns betrachteten Regionen des Periodensystems und bei unseren schematischen Studien konnten wir jedoch gute Übereinstimmung mit den Experimenten erzielen bzw. Trends richtig wiedergeben.

c) Teilchen-Loch-Konjugation

Wie in ¹⁶ beschrieben, ist die Bildung eines Loches mit den Quantenzahlen $n \ l \ j \ m$ der Vernichtung eines Teilchens in einem Zustand mit den Quantenzahlen $n \ l \ j \ -m$, dem sog. konjugierten Zustand, äquivalent. Gewöhnlicherweise wählt man die Phasen des Lochzustandes so, daß die konjugierten Zustände mit der Zeitumkehroperation verknüpft sind. Wenn der Operator $b^+(j_m)$ ein einzelnes Loch erzeugt, dann gilt

$$b^+(j_m) = a(j_{\bar{m}}) = (-)^{j+m} a(j_{-m})$$

wobei der Zustand $(j_{\bar{m}})$ aus (j_m) durch Zeitumkehr entsteht

$$|j_{\bar{m}}\rangle = T |j_m\rangle = (-)^{j+m} |j_{-m}\rangle$$

Die Einführung des Phasenfaktors $(-)^m$ bewirkt, daß die Operatoren $b^+(j_m)$ mit verschiedenem m die Komponenten eines sphärischen Tensors vom Range j bilden. Deshalb haben die Einlochzustände

$$|j^{-1} m\rangle = b^+(j_m) |\hat{0}\rangle = a(\bar{j}_m) |\hat{0}\rangle$$

die gewöhnlichen Phasenbeziehungen von Drehimpulseigenzuständen. ($|\hat{0}\rangle$ bezeichnet hier den Grundzustand des A+1-Teilchenrumpfes). Die Matrixelemente für Lochzustände sind mit denen für Teilchenzustände durch

$$\langle j_2^{-1} m_2 | F | j_1^{-1} m_1 \rangle = -\langle \bar{j}_1 m_1 | F | \bar{j}_2 m_2 \rangle + \langle \hat{0} | F | \hat{0} \rangle \delta_{j_1 j_2} \delta_{m_1 m_2} \quad (40)$$

verbunden, wobei in unserem Falle $F = H_{sp} + H_{coup}$ aus Gleichung (24) und (34) ist. Die Beziehung (40) kann man dadurch erhalten, wenn man Slaterdeterminanten zur Beschreibung der Lochzustände verwendet und F in der Darstellung mit Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren schreibt. Transformiert man den ersten Term aus (40)

$$\begin{aligned} -\langle \bar{j}_1 m_1 | F | \bar{j}_2 m_2 \rangle &= -\langle j_1 m_1 | \Gamma^{-1} F \Gamma | j_2 m_2 \rangle^* \\ &= -\langle j_2 m_2 | (\Gamma^{-1} F \Gamma)^+ | j_1 m_1 \rangle \\ &= \langle j_2 m_2 | F_c | j_1 m_1 \rangle \end{aligned} \quad (41)$$

wobei der konjugierte Operator F_c definiert ist durch

$$F_c = -(\Gamma^{-1} F \Gamma)^+$$

so erhalten wir, daß die Matrixelemente für Lochzustände gleich sind mit den Matrixelementen von F_c für die entsprechenden Teilchenzustände. Da in unserem Falle $F = H_{sp} + H_{coup}$ nur von den Größen r, l_s, l^2 und p^2 abhängt, und diese sich nicht bei Zeitumkehr ändern, gilt

$$F_c = -F$$

d.h. F ist ein ungerader Operator bei Zeitumkehr.

d) Vereinheitlichte Schreibweise des Gesamthamiltonoperators

Wir können einen Hamiltonoperator aufschreiben, dessen ungepaartes Nukleon entweder durch ein Teilchen oder ein Loch dargestellt wird. Die Energie der Single-Particle-Zustände in der sphärischen j -Schale werden relativ zur Fermienergie λ_F definiert. Man hat $(\epsilon_j - \lambda_F)$ für Teilchenzustände und $(\lambda_F - \epsilon_j)$ für Lochzustände. Dadurch wird H in (14, 24, 36)

$$H_{ges} = H_{cou} \begin{pmatrix} 1 & \\ & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_{sp} - \lambda_F & \\ & \lambda_F - H_{sp} \end{pmatrix} + H_{coup} \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix} \quad (42)$$

Die Paulimatrizen deuten auf die unterschiedlichen Räume für Teilchen und Löcher hin. Die beiden Unterräume werden durch die Vektoren

$$|j m\rangle_{sp} = \varphi_{nejm}(\vec{r}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|j m\rangle_{sh} = \varphi_{nejm}(\vec{r}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

dargestellt, wobei $\varphi_{nejm}(\vec{r})$ durch Gleichung (28) gegeben ist.

e) Teilchen-Loch-Symmetrie von H_{ges} ⁶

Wir wollen nun eine wichtige Teilchen-Loch-Symmetrie beweisen. Sie besagt, daß ein Teilchen, das an einen Rumpf mit den Parametern $(\beta, \gamma, \lambda_F)$ gekoppelt ist, dasselbe Energiespektrum besitzt wie ein Loch, das an einen Rumpf mit den Parametern $(\beta, 60^\circ - \gamma, \lambda_F)$ gekoppelt ist. Man geht dabei wie Meyer-ter-Vehn davon aus, daß - wie in Figur 4 gezeigt - die intrinsischen Achsen mit $\hat{1}, \hat{2}$ und $\hat{3}$ bezeichnet werden. Die Polarkoordinaten eines Vektors $\hat{r}$ in Bezug auf die intrinsische $\hat{3}$ - Achse werden mit ϑ_3 und φ_3 bezeichnet, die zur $\hat{2}$ - Achse mit ϑ_2 und φ_2 usw.... Schreibt man wie in Gleichung (72) das Potential H_{coup} in Abhängigkeit von β und γ , (a_0 und a_2 sind durch Gleichung (5a) mit den Polarkoordinaten β und γ verknüpft), so sieht man leicht ein, daß der Gesamthamiltonoperator H aus (42) invariant ist unter 180° - Rotationen um die intrinsischen Achsen. Sowohl für den Rumpf als auch für das Teilchen gelten die Invarianzbeziehungen, die bei Permutationen der intrinsischen Achsen auftreten. Bekanntlicherweise gibt es sechs verschiedene Arten der Nummerierung der intrinsischen Achsen, die den sechs äquivalenten Bereichen im (β, γ) -Raum entsprechen.

$$\gamma' = \pm \gamma, \pm \gamma + 120^\circ, \pm \gamma + 240^\circ \quad (43)$$

Wie bereits in Abschnitt III1 ausgeführt, ist H_{coll} unter diesen Transformationen invariant. Da das Einteilchenpotential $V(\alpha, \hat{r}, \hat{l}\hat{s})$ von der speziellen Wahl der Achsen nicht abhängt, entstehen durch zyklische Vertauschung der Achsen folgende Symmetriebeziehungen

$$H_{\text{coup}}(\beta, \gamma, \vartheta_3, \varphi_3) = H_{\text{coup}}(\beta, \gamma + 120^\circ, \vartheta_1, \varphi_1) = H_{\text{coup}}(\beta, \gamma + 240^\circ, \vartheta_2, \varphi_2) \quad (44)$$

Aus der Form des Kopplungspotentials (Gleichung (72))

und aus (44) kann man eine andere Symmetriebeziehung ableiten.

$$H_{\text{coup}}(\beta, \gamma, \vartheta_3, \varphi_3) = -H_{\text{coup}}(\beta, 60^\circ - \gamma, \vartheta_2, \varphi_2) \quad (45)$$

Nutzt man diese Beziehung sowie Particle-Hole-Conjugation aus, so erhält man eine wichtige Teilchen-Loch-Symmetrie. Definiert man sich eine Transformation Γ , die den Parametersatz β, γ, λ_F und die Achsen $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}$ gleichzeitig transformiert nach dem Muster

$$\begin{aligned} \Gamma: (\beta, \gamma, \lambda_F) &\rightarrow (\beta, 60^\circ - \gamma, -\lambda_F) \\ (\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}) &\rightarrow (\hat{3}, \hat{2}, \hat{1}) \end{aligned}$$

erhält man aus (44)

$$\Gamma^+ H_{\text{coup}} \Gamma = -H_{\text{coup}} \quad (46a)$$

und wenn man Γ auf (42) und (45) anwendet

$$\Gamma^+ H_{\text{coll}} \Gamma = H_{\text{coll}} \quad (46b)$$

Dabei nimmt man an, daß die Energie des Cores nicht davon abhängt, ob das ungerade Teilchen durch ein Teilchen oder ein Loch dargestellt wird. Auf der anderen Seite liefert die Particle-Hole-Conjugation, was an Hand von Gleichung (72) zu beweisen ist,

$$\begin{aligned} \sigma_y^+ (H_{\text{coup}}) \sigma_y &= -H_{\text{coup}} \\ \sigma_y^+ (H_{\text{coll}}) \sigma_y &= H_{\text{coll}} \end{aligned} \quad (47)$$

wobei die Paulimatrix mit $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$ definiert ist. Kombiniert man (46) und (47), erhält man die wichtige Particle-Hole-Symmetrie des Gesamthamiltonoperators

$$(\sigma_y \Gamma)^+ H(\sigma_y \Gamma) = H \quad (48)$$

Diese Formel entspricht genau dem, was am Anfang dieses Abschnitts in Worten formuliert ist.

f) Matrixelemente und Diagonalisierung von H_{ges}

Da H_{coll} und H_{sp} in unserer gekoppelten Basis (30) nach Konstruktion diagonal sind, reduziert sich das Problem der Diagonalisierung des Hamiltonoperators auf die Bestimmung der Matrixelemente

$$\langle L'(l's') j' I' M' | H_{\text{coup}} | L(l s) j I M \rangle$$

Die Anwendung des Wigner-Eckhardt-Theorems

$$\langle I' M' | T_{(0)}^{[0]} | I M \rangle = (-)^{I'-M'} \begin{pmatrix} I' & 0 & I \\ -M' & 0 & M \end{pmatrix} \langle I' || T^{[0]} || I \rangle$$

liefert wegen des 3j-Symboles nur Matrixelemente mit $I' = I$ und $M' = M$, d.h. H kann für jeden Gesamtdrehimpuls I getrennt diagonalisiert werden. Mit Hilfe der gewöhnlichen Racah-Algebra¹⁷ erhalten wir für den in α linearen Term

$$\begin{aligned} & \langle L'(l's') j' I M | -\hbar \omega_0 r^2 [\alpha^{[2]}_x \gamma^{[2]}]^{[0]} | L(l s) j I M \rangle = \\ & -\hbar \omega_0 (-)^{L+2j'+I+\frac{1}{2}} \left\{ \begin{matrix} L & j & I \\ j' & L' & 2 \end{matrix} \right\} \langle L' || \alpha^{[2]} || L \rangle \langle n'l'r^2 | m l \rangle \quad (49) \\ & \cdot \sqrt{\frac{(2j'+1)5(2j+1)}{4\pi}} \begin{pmatrix} j' & 2 & j \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \frac{1}{2} [1 + (-)^{l'+l}] \end{aligned}$$

Bei dieser Rechnung wurde davon Gebrauch gemacht, daß für die Kugelflächenfunktionen gilt:

$$\langle l' \frac{1}{2} j' \| Y_k \| l \frac{1}{2} j \rangle = (-)^{j'+\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{(2j'+1)(2k+1)(2j+1)}{4\pi}} \begin{pmatrix} j' & k & j \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \frac{1}{2} [1+(-)^{l'+k+l}]$$

Für die Terme der zweiten Ordnung in α ergibt sich

$$\sum_{k=0,2,4} \frac{3}{2} \hbar \omega_0 \langle L' (l's') j' I \| [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[k]} \times r^2 Y^{[k]} \rangle \| L (ls) j I \rangle =$$

$$\sum_{k=0,2,4} \frac{3}{2} \hbar \omega_0 (-)^{L+2j'+I+\frac{1}{2}+k} \sqrt{2k+1} \frac{5}{4\pi} \sqrt{(2j'+1)(2j+1)} \cdot \quad (50)$$

$$\cdot \langle n'l'l+r^2|nl \rangle \begin{Bmatrix} L & j & I \\ j' & l' & k \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j' & k & j \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \langle L' \| [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[k]} \| L \rangle \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{2} [1+(-)^{l'+l+k}]$$

Für den volumenerhaltenden Term haben die Matrixelemente die Form

$$\frac{\sqrt{5}}{4\pi} \hbar \omega_0 \langle L' (l's') j' I \| [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \| L (ls) j I \rangle = \quad (51)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2L+1}} \frac{\sqrt{5}}{4\pi} \hbar \omega_0 \langle n'l'l+r^2|nl \rangle \langle L' \| [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \| L \rangle \delta_{LL'} \delta_{ll'} \delta_{jj'}$$

Die Matrixelemente von r^2 stammen aus den Arbeiten^{4, 18}. Wegen der Erhaltung der Parität und der Beziehung $N=2n+1$ sind nur Matrixelemente zwischen Funktionen mit $\Delta N=0, \pm 2, \pm 4, \dots$ von Null verschieden. Wegen des gegenüber der kollektiven Anregungsenergie großen Energieabstandes zwischen den Hauptschalen werden im allgemeinen Matrix-

elemente mit $|N| > 2$ vernachlässigt.

Die Matrixelemente $\langle L' || \alpha^{[2]} || L \rangle$ und $\langle L' || [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{0,2,4} || L \rangle$ werden von uns mit Hilfe der in Abschnitt III1 dargestellten Möglichkeiten berechnet. Die Anzahl der Matrixelemente wird bestimmt durch die Menge der kollektiven Rumpfzustände sowie der Teilchenzustände. Um das Pauliprinzip nicht zu verletzen, werden nur Zustände oberhalb der Fermikante als mögliche Besetzungszustände zugelassen. Wenn ein Loch im Rumpf erzeugt wird, dürfen nur Zustände unterhalb der Fermikante besetzt werden. Die Fermikante wird aus dem sphärischen Schalenmodell als der Zustand definiert, den das angekoppelte Nukleon im nichtdeformierten Fall einnehmen würde. Die aus dieser Annahme entstehenden Einschränkungen werden ausführlich in Kapitel V diskutiert.

3. Übergangswahrscheinlichkeiten und Multipoloperatoren

Die Übergangswahrscheinlichkeit für γ -Strahlung der Multipolordnung λ und der Frequenz ω ist gegeben durch ^{4, 18}

$$P(\lambda) = \frac{8(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!]^2} \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2\lambda+1} B(\lambda) \quad (52)$$

wobei die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit $B(\lambda)$ durch die folgenden Gleichungen definiert ist

$$B(\lambda, I_i \rightarrow I_f) = \sum_{\mu, m_f} |\langle I_f m_f | \gamma \gamma(\lambda, \mu) | I_i m_i \rangle|^2 \quad (53)$$

oder, da M_i durch $M_f - \mu$ zu ersetzen ist, die rechte Seite also gar nicht mehr von M_i abhängt,

$$B(\lambda, I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i+1} \sum_{m_i=-I_i}^{I_i} \sum_{\mu, m_f} |\langle I_f m_f | \gamma \gamma(\lambda, \mu) | I_i m_i \rangle|^2 \quad (54)$$

Mit Hilfe des Wigner-Eckart-Theorems erhalten wir für die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten

$$B(\lambda, I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} |\langle I_i || B(\lambda) || I_f \rangle|^2 \quad (55)$$

Für das Matrixelement des elektromagnetischen Multipoloperators $\mathcal{M}(\lambda, \mu)$ gelten die Auswahlregeln

$$|I_i - I_f| \leq \lambda \leq I_i + I_f$$

$$\pi_i \pi_f = \begin{matrix} (-1)^\lambda & \text{für } E\lambda \\ (-1)^{\lambda+1} & \text{für } M\lambda \end{matrix}$$

in denen π_i und π_f die Paritäten des Anfangs- und Endzustandes bezeichnen. Die elektromagnetischen Multipoloperatoren sind durch die folgenden Beziehungen

$$\mathcal{M}_e(\lambda, \mu) = \mathcal{M}(E\lambda, \mu) = \sum_p \left(e_p + (-1)^\lambda \frac{Z}{A} \right) r_p^\lambda Y_{\lambda\mu} + (1 - \delta_{\lambda 1}) \int g r^\lambda Y_{\lambda\mu} d\tau \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_m(\lambda, \mu) = \mathcal{M}(M\lambda, \mu) = & \frac{e\hbar}{2mc} \sum_p \left(g_s \vec{S} + \frac{2}{\lambda+1} g_e \vec{L} \right)_p \vec{\nabla}_p (r_p^\lambda Y_{\lambda\mu}) + \\ & + \frac{e\hbar}{mc} \frac{1}{\lambda+1} g_{coll} \int \vec{D}(\vec{r}) \vec{\nabla} (r^\lambda Y_{\lambda\mu}) d\tau \end{aligned} \quad (57)$$

Die Summe über p berücksichtigt die Beiträge der einzelnen Leuchtnukleonen mit der Ladung e_p in einem Kern mit der Massenzahl A , der Ordnungszahl Z und dem Kernradius R_0 . Die Integrale erstrecken sich über das Kernvolumen, $\vec{D}(\vec{r})$ bedeutet die Ladungsdichte des deformierten Kerns; $\vec{D}(\vec{r})$ bezeichnet die Dichte des kollektiven Drehimpulses und g_{coll} den kollektiven g -Faktor. Die Größen g_l und g_s haben

die Werte

$$g_e = \begin{cases} 1 & \text{für Proton} \\ 0 & \text{für Neutron} \end{cases} \quad g_s = \begin{cases} 5,59 & \text{für Proton} \\ -3,83 & \text{für Neutron} \end{cases}$$

Zusätzlich kann man auch noch Quadrupolmomente bzw. magnetische Momente von Zuständen berechnen. Die Definitionen lauten

$$Q = \langle I, M=I | (\frac{16}{5}\pi)^{1/2} \mathcal{Y}(E2, \mu=0) | I, M=I \rangle \quad (58)$$

$$\mu = \langle I, M=I | (\frac{4}{3}\pi)^{1/2} \mathcal{Y}(M1, \mu=0) | I, M=I \rangle \quad (59)$$

In unserem Falle werden nur E2 - bzw. M1 - Übergänge berechnet. Dadurch vereinfachen sich die Formen der Operatoren (56) und (57) zu

$$\mathcal{Y}(M1, \mu) = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} \left\{ g_e l_\mu + g_s s_\mu + g_{coll} L_\mu \right\} \frac{e \hbar}{2 M_0 c} \quad (60)$$

$$\mathcal{Y}(E2) = \frac{3Z f_0^2 A^{2/3}}{4\pi} \left[\alpha_{2\mu}^* - \frac{10}{\sqrt{70\pi}} [\alpha^{(2)}_\lambda \alpha^{(2)}_\mu]^{(2)} \right] + \left(e_{eff} + \frac{Ze_{eff}}{A^2} \right) r_\mu^2 Y_{2\mu}(\vec{r}) \quad (61)$$

mit $R_0 = f_0 \cdot A^{1/3}$ und $f_0 = 1.1$ fm.

Annahmen, die die Form der Operatoren bestimmten, waren

1. homogene Ladungsverteilung
2. Volumenerhaltung bis zu quadratischen Gliedern in
3. Näherung von g_{coll} durch Z/A
4. Einführung effektiver Ladungen wie bei Heyde und Brussard ¹⁷ .

Die Berechnung der Quadrupolmomente und Übergangswahrscheinlichkeiten der Zustände des gekoppelten Core-Teilchenhamiltonoperators geschieht mit Hilfe der gewöhnlichen Racah-Algebra. Siehe Ref. ¹⁷ und ¹⁹ .

$$\mu = \begin{pmatrix} I & 1 & I \\ -I & 0 & I \end{pmatrix} \sum_{\ell j' j L' L} C_{\ell L' m \ell j' I}^{\alpha} C_{\ell L m \ell j I}^{\alpha} (-)^{L+I+j} (2I+1) \cdot$$

$$\left\{ \begin{Bmatrix} j' & j & 1 \\ I & I & 1 \end{Bmatrix} \right\} (-)^{\ell} \sqrt{(2j'+1)(2j+1)} \left[(-)^{j'+\frac{1}{2}} g_{\ell} \sqrt{\ell(\ell+1)(2\ell+1)} \begin{Bmatrix} \ell & \ell & 1 \\ j & j' & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \right] + \quad (62)$$

$$(-)^{j'+\frac{1}{2}} g_s \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ j & j' & \ell \end{Bmatrix} d_{L'L} + (-)^{1+j'-j} g_{coll} \sqrt{L(L+1)(2L+1)} \begin{Bmatrix} L & L & 1 \\ I & I & j' \end{Bmatrix} d_{j'j} \left\{ \frac{\ell \ell}{2\ell+1} \right\}$$

$$B(H1, \alpha I \rightarrow \beta I') = \frac{3}{4\pi} (2I'+1) \left(\frac{\ell+1}{2m\ell} \right)^2 \varepsilon(I', 1, I) \left| \sum_{\ell j' j L' L} C_{\ell L' m \ell j' I'}^{\beta} C_{\ell L m \ell j I}^{\alpha} \right.$$

$$\left. \left\{ (-)^{L+j+I+\ell} \begin{Bmatrix} j' & j & 1 \\ I & I' & L \end{Bmatrix} \sqrt{(2j'+1)(2j+1)} \left[(-)^{j'+\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} \ell & \ell & 1 \\ j & j' & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} g_{\ell} \sqrt{\ell(\ell+1)(2\ell+1)} \right] \right\} \right. + (63)$$

$$\left. \left. \left. (-)^{j'+\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{3}{2}} g_s \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ j & j' & \ell \end{Bmatrix} d_{L'L} + (-)^{L+j'+I+1} \begin{Bmatrix} L & L & 1 \\ I & I' & j' \end{Bmatrix} g_{coll} \sqrt{L(L+1)(2L+1)} d_{j'j} d_{L'L} \right\} \right|^2$$

Für das elektrische Quadrupolmoment Q (E2) ergibt sich

$$Q = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \begin{pmatrix} I & 2 & I \\ -I & 0 & I \end{pmatrix} \sum_{\substack{L' j' \\ L j}} C_{\ell L' m \ell j' I}^{\alpha} C_{\ell L m \ell j I}^{\alpha} (2I+1) \left[\sqrt{\frac{32\pi f_0^2 A^{3/2}}{4\pi}} (-)^{L'+j'+I} \right.$$

$$\left. \left. \left. \langle L' || \alpha^{(2)} || L \rangle - \frac{10}{12\pi} \langle L' || [\alpha^{(2)} \times \alpha^{(2)}]^{(2)} || L \rangle \right\} \begin{Bmatrix} L' & L & 2 \\ I & I' & L \end{Bmatrix} d_{j'j} d_{\ell\ell} d_{N'N} \right] + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(e + \frac{2e}{A^2} \right) \quad (64)$$

$$\left. \left. \left. \langle m' \ell' || r^2 || m \ell \rangle (-)^{L'+j'+I+j'+\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} j' & j & 2 \\ I & I' & L \end{Bmatrix} \sqrt{(2j'+1)(2j+1)} \begin{Bmatrix} j' & 2 & j \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{Bmatrix} d_{j'j} d_{\ell\ell} d_{N'N} \right] \right.$$

und für die B(E2) - Übergangswahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned}
 B(E2; \alpha I \rightarrow \beta I') &= \frac{1}{2I+1} \left| \sum_{\substack{L' j' \\ L j}} C_{\delta L' m' j' I'}^{\beta} C_{\delta L m j I}^{\alpha} \frac{32 \pi^2 A^{2/3}}{4 \pi} \right. \\
 &\quad \left. \sqrt{(2I+1)(2I'+1)} \begin{Bmatrix} L L 2 \\ I I' j \end{Bmatrix} \left(\langle L' \| \alpha^{[L]} \| L \rangle - \frac{10}{170\pi} \langle L' \| [\alpha^{[L]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \| L \rangle \right) \delta_{e'e} \delta_{j'j} \delta_{N'N} \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{(2I+1)(2I'+1)} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(e + \frac{Ze}{A^2} \right) \langle n'l' | r^2 | n l \rangle (-)^{L'+j+I+j'+\frac{1}{2}} \right. \\
 &\quad \left. \begin{Bmatrix} j' j 2 \\ I I' L' \end{Bmatrix} \sqrt{(2j'+1)(2j+1)} \begin{Bmatrix} j' 2 j \\ \frac{1}{2} 0 -\frac{1}{2} \end{Bmatrix} \delta_{\text{gerade}}^{L'+1} \delta_{L'L} \delta_{N'N} \right|^2
 \end{aligned} \tag{65}$$

Durch die Dimension der Multipoloperatoren ist die Dimension der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten und der Quadrupolmomente festgelegt. Es können die Einheiten $[e^2 (10^{-24} \text{ cm}^2)^2]$ bzw. $[e (10^{-24} \text{ cm})]$ genommen werden. Mit der für die B(Mλ) - Werte häufig gewählten Einheit $[\mu_N^2 (10^{-24} \text{ cm}^2)^{-1}]$ (Kernmagneton $\mu_N = e \hbar / 2 m_p c$) besteht der Zusammenhang

$$\left(\frac{e \hbar}{2 m_p c} \right)^2 = 1,1 \cdot 10^{-4} [e^2 10^{-24} \text{ cm}^2]$$

III. SCHEMATISCHE STUDIEN

1. Weak- and Strong-Coupling Modell

Zuerst wenden wir unser Modell auf die schon bekannten Extremfälle, dem Weak-Coupling- und dem Strong-Coupling-Limit an. In diesen Fällen ist es auch möglich, unsere Theorie mit dem aus den Lehrbüchern^{18,20} bekannten zu vergleichen.

a) Weak-Coupling-Modell

Für sphärische Kerne (Vibratoren) kann man annehmen, daß die Wechselwirkung zwischen den Einteilchen- und Kollektivbewegungen relativ schwach ist, d. h. die Teilchen und die kollektiven Oberflächenfreiheitsgrade sind schwach gekoppelt. Die Lösungen des Gesamthamiltonoperators (42) können dann durch Störungstheorie erhalten werden. Wenn $H_{\text{coup}}(\hat{r}, \hat{l}, \hat{s}, \alpha)$ klein ist, d. h. wenn

$$|\alpha_{2\mu}| = \frac{1}{2} \left| \frac{\hbar}{B_2} \sqrt{\frac{5}{I_2}} \right|$$

einen sehr kleinen Wert besitzt, kann man $H_{\text{coll}} + H_{\text{sp}}$ als den ungestörten Hamiltonoperator betrachten. Ihre Lösungen sind aus Kapitel II bekannt.

Schreiben wir die kollektiven Wellenfunktionen als

$| \gamma L \mu \rangle$ (23) und die Wellenfunktion des Teilchens als $| j m \rangle$, so ergeben sich die Lösungen von $H_{\text{coll}} + H_{\text{sp}}$ mit Drehimpuls I und Projektion M als

$$| \gamma L j I M \rangle = \sum_{\mu, m} (L \mu j m | I M) | \gamma L \mu \rangle | j m \rangle$$

Der Grundzustand ist in erster Ordnung Störungsrechnung dadurch charakterisiert, daß keine Quadrupolphononen vorhanden sind und daß sich das ungerade Schalenmodellteil-

chen im Zustand $|IM\rangle$ befindet.

$$|00jIM\rangle = |0\rangle |I=jM\rangle$$

Der dazu gehörige gg-Kern besitzt gerade das Phononenvakuum $|0\rangle$ als seinen Grundzustand. Der erste angeregte Zustand ist der 2^+ - Einphononenzustand $|12jM\rangle = \beta_{2M}^+ |0\rangle$. Das entspricht im ug-Kern den Zuständen

$$|12jIM\rangle = \sum_{\mu m} (2\mu j m | IM) \beta_{2\mu}^+ |0\rangle |j m\rangle$$

mit den Gesamtdrehimpulsen

$$I = \begin{cases} (j+2) \dots j-2 & \text{für } j > 2 \\ (2+j) \dots 2-j & \text{für } j < 2 \end{cases}$$

b) Strong-Coupling-Modell

Im Strong-Coupling-Modell ist die Kernoberfläche statisch deformiert. Man erhält eine Näherungslösung, wenn man zunächst die relativ schnelle Bewegung des Teilchens (Loch) im statisch deformierten Potential betrachtet und erst dann die als adiabatisch langsam angenommenen Rotationen und Vibrationen des Rumpfes behandelt. In Figur (5) ist das Kopplungsschema für die starke Teilchen-Oberflächen-Wechselwirkung aufgezeigt. Die Kernoberfläche ist axialsymmetrisch deformiert. Der Drehimpuls des Teilchens $\vec{j}$ präzediert um die Kernachse mit konstanter Projektion Ω . Der Gesamtdrehimpuls $\vec{I}$ ist die Summe von $\vec{j}$ und $\vec{L}$. Das gekoppelte System aus Teilchen und Kernoberfläche rotiert wie ein symmetrischer Kreisel mit den Quantenzahlen I , K (Projektion von $\vec{I}$ auf die intrinsische Achse) und M (Projektion von $\vec{I}$ auf die raumfeste Achse).

Die stark gekoppelte Wellenfunktion hat die Form ¹⁰

$$|\Omega, n_\beta, n_\gamma, I K M\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{46\pi^2}} \varphi_{n_\beta n_\gamma}(\beta, \gamma) \left\{ \chi_\Omega D_{MK}^I(\vartheta_i) + (-)^{I-j} \chi_{-\Omega} D_{M-K}^I(\vartheta_i) \right\}$$

wobei χ_{Ω} die Bewegung des Teilchens im deformierten Kern beschreibt, während $\gamma_{n_{\beta}, n_{\gamma}}$ Vibrationen in β und γ darstellen, die durch die Quantenzahlen n_{β} und n_{γ} charakterisiert sind. Die D_{MK}^I sind die Eigenfunktionen des symmetrischen Kreisels und beschreiben die Rotationen des Kerns. Das gleichzeitige Auftreten beider Vorzeichen für Ω und K spiegelt die Invarianz der Oberfläche unter einer Rotation von 180° um eine zu z' senkrechte Achse und entspricht der Symmetrisierung der Wellenfunktion für mononukleare Moleküle¹⁰. Die Symmetrisierung sichert, daß die Gesamtparität der stark gekoppelten Wellenfunktionen gleich der Parität des Teilchenzustandes ist. Auf Grund der Symmetrien unter $\hat{R}_1, \hat{R}_2, \hat{R}_3$ ergibt sich, daß auf jedem Einteilchenzustand eine Rotationsbande aufgebaut werden kann. Die Grundzustandsbande erhält man mit

$$K = \Omega_0, n_{\gamma} = 0, n_{\beta} = 0$$

Die Drehimpulse der verschiedenen Rotationszustände sind

$$I = \Omega_0, \Omega_0 + 1, \Omega_0 + 2$$

Die Abstände zwischen den Zuständen folgen dem bekannten $I(I+1)$ - Gesetz. Für die anderen angeregten Einteilchenzustände ergeben sich die Rotationsbanden mit der Bedingung:

$$K - \Omega_v = 0, \quad v = 1, 2, 3, \dots$$

$$I = |\Omega_v|, |\Omega_v| + 1, |\Omega_v| + 2, \dots$$

Natürlich können auch β - und γ -Vibrationen des Cores zusätzlich zu den Einteilchenanregungen auftreten. Die Ersteren werden durch $n_\alpha = 1$ charakterisiert, die γ -Vibrationen durch

$$K - \Omega_v = \pm 2$$

mit den Spins

$$I = |K|, |K| + 1, |K| + 2, \dots$$

c) Übergangsformen

Kerne, deren Potentialenergieflächen anharmonische Vibrationen zeigen, können mit Hilfe des Intermediate-Coupling-Modells¹, in dem die Zustände des ug-Kerns nicht durch Störungsrechnung sondern durch Diagonalisierung erhalten werden. Man erkennt dabei, wie auch unsere Rechnungen in den nächsten Abschnitten zeigen werden, daß die Einphononen- 2^+ -Quintupletts und die Zweiphononen-Zustände ihre Form auflösen und daß sich allmählich eine auf dem Grundzustand des ug-Kerns aufgebaute Rotationsbande mit der typischen $I(I+1)$ -Struktur bildet. Unsere Rechnungen geben diese Entwicklung sehr gut wieder und befinden sich in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Messungen sowie den Theorien^{20,21}, die zur Erklärung dieses Phänomens entwickelt worden sind.

d) Übergang von sphärischen nach deformierten Kernformen

Nachdem die beiden Modelle für die Extremfälle eines sphärischen und eines stark deformierten Kerns vorgestellt wurden, soll nun gezeigt werden, ob unser

Modell sowohl die Extremfälle reproduzieren als auch Übergangsformen, wie z.B. anharmonische Vibratoren und schwach deformierte Rotatoren, beschreiben kann. Es wurde eine Reihe von 4 Potentialenergieflächen zur Beschreibung des gg-Kernrumpfes gewählt, die, betrachtet man ihre Kernformen bzw. ihre Anregungsspektren, sehr gut den Übergang sphärisch-deformiert repräsentieren. Als Grundzustand des ug-Kerns wurde ein $9/2^+$ -Zustand mit $N = 4$ gewählt. In Figur 6a ist als Core ein schwach anharmonischer Vibrator zu erkennen. Der Einphononen- 2^+ -Zustand des gg-Kerns ist unter dem Einfluß des Wechselwirkungshamiltonoperators zu einem Multiplett von 5 Zuständen ($13/2^+ - 5/2^+$) aufgespalten. Ähnliche Multipletts tauchen auch für die 2^+ - und 4^+ - Zweiphononenzustände auf, aber natürlich nicht für den 0^+ -Zweiphononenzustand. In den Rotator-ähnlicheren Spektren sieht man, wie die Zustände der Rotationsbande, die auf dem $9/2^+$ -Grundzustand aufgebaut sind ($I = 11/2^+, 13/2^+, 15/2^+ \dots$) sich nach unten bewegen und das $I(I+1)$ -Gesetz für die Niveauabstände immer besser erfüllen, während die anderen Zustände z.B. des Einphononen- 2^+ -Zustandes ($I = 5/2^+, 7/2^+, 9/2^+$) sich nach oben bewegen. In Figur 6c und 6d kann man besonders gut die stark gekoppelte Grundzustandsbande, aufgebaut auf dem $I = \Omega = 9/2^+$ Zustand erkennen. Die zu Figur 6c und 6d gehörigen gg-Kerne sind stark prolat deformierte Kerne mit $\beta \approx 0.5$. Bei solch großen Deformationen treten keine anderen tiefliegenden Banden z.B. β bzw. γ -Vibrationsbanden auf.

e) Übergang Weak-Coupling zu Strong-Coupling durch Variation der Kopplungskonstante

Wie wir in Figur 6 gesehen haben, ist die Form des gg-Kerns, an den unser Leuchtnukleon angekoppelt wird, entscheidend für das Spektrum des ug-Kerns und damit auch für die Frage, ob wir es nun mit einem schwach oder stark angekoppelten Teilchen zu tun haben. In Figur 7

werden die Worte "schwache" oder "starke" Wechselwirkung wörtlich genommen und gezeigt, wie das Teilchen die Kerngestalt verformen kann. Dazu wird H_{coup} durch $\alpha \cdot H_{\text{coup}}$ mit $0 \leq \alpha \leq 1$ ersetzt. $\alpha = 0$ bedeutet hierbei keine Kopplung ($H_{\text{coup}} = 0$), wobei z.B. das 2^+ -Quintuplett eines harmonischen Oszillators entartet ist. Für unsere Betrachtungen wurde die Potentialenergiefläche von ^{114}Cd (Fig. 7), einem schwach anharmonischen Vibrator, zugrunde gelegt. Für $\alpha = 0$ ergibt sich das Spektrum des gg-Rumpfes mit jeweils $(2L+1)$ bzw. $(2j+1)$ entarteten Einteilchenniveaus.

Für $\alpha = 0,25$ und $0,50$ kann noch sehr gut das auf dem Einphononen- 2^+ -Zustand aufgebaute Quintuplett erkannt werden. Besonders für $\alpha = 0,25$ ist es leicht, das Levelschema mit Hilfe des Weak-Coupling-Modells zu erklären.

Für $\alpha = 0,75$ bzw. $\alpha = 1$ ist jedoch eine ausgeprägte Rotationsstruktur der Niveaus zu beobachten. Das $I(I+1)$ Gesetz ist gut für die Niveauabstände in der auf dem $9/2^+$ Grundzustand aufgebauten Rotationsbande erfüllt.

Es ist jedoch bemerkenswert, daß bei der Kopplungsstärke $\alpha = 1$ aus einem schwach anharmonischen Vibrator ein stark deformierter Rotator wird. Dies bedeutet, daß unser Modell, wie alle Intermediate-Coupling-Modelle¹, die Stärke der Kopplung bei weitem überschätzt. Wenn man aufbauend auf dem Nilssonmodell¹³ und dem BCS-Formalismus²² Coriolismatrixelemente zwischen den Einteilchenzuständen berechnet²³, ergeben sich diese Matrixelemente als zu groß und die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist sehr schlecht. Ähnlich wie in diesen Rechnungen mußten wir einen Dämpfungsfaktor mit der Größe von $0,4 \leq \alpha \leq 0,6$ einführen, um die experimentellen Ergebnisse zu reproduzieren. Das Phänomen der Überschätzung der Kopplungsstärke wurde von Ring²⁴ mit der Renormalisierung der Ruhemasse durch das ungerade Teilchen in Verbindung ge-

bracht. Dies könnte zumindestens eine Erklärung für das Phänomen der Überschätzung der Kopplungsstärke sein.

IV. ERGEBNISSE

1. Die Isotope ^{187}Ir und ^{189}Ir

a) Die experimentellen Fakten

Durch die Messungen der Grenoble-Swierk-Gruppe ²⁵ sind erstmals Spektren in der besonders interessanten Gegend der Übergangskerne Os, Ir, Pt bekannt geworden, die mehr als nur die Grundbande enthalten. Durch die Reaktionen $^{187}\text{Re} (\alpha, 2n) ^{189}\text{Ir}$ und $^{185}\text{Re} (\alpha, 2n) ^{187}\text{Ir}$ konnten die Niveauschemata von $^{187}\text{Ir}_{110}$ und $^{189}\text{Ir}_{112}$ vermessen werden, die in den Figuren 8 und 9 abgebildet sind. Man erkennt in beiden Isotopen 4 Banden, 2 mit positiver ($3/2^+$, $1/2^+$) 2 mit negativer Parität ($9/2^-$, $11/2^-$). Um zu verstehen, auf welchen Einteilchenniveaus sich die verschiedenen Banden aufbauen, betrachten wir das Nilssonschema (Figur 10), in dem die Energieeigenwerte des Nilssonmodells in den Oszillatorschalen $N = 4$ und 5 in Einheiten von gegen den Deformationsparameter β aufgetragen sind. Da Ir aus 77 Protonen besteht, muß sich das letzte ungepaarte Proton in dem $d\ 3/2$ -Zustand der $N = 4$ -Schale befinden. Da der $N = 4\ s\ 1/2$ -Zustand nur wenig oberhalb der Fermikante liegt, ist nicht ohne weiteres zu entscheiden, ob die Bande, die sich auf dem $94,3\ \text{keV}\ 1/2^+$ -Zustand in ^{189}Ir ($106,4\ \text{keV}$ in ^{187}Ir) aufbaut, das $j = 3/2\ \Omega = 1/2$ -Niveau des $d\ 3/2$ -Zustandes oder den $s\ 1/2\ \Omega = 1/2$ Zustand der $N = 4$ -Schale enthält. Die Banden, die sich auf den $11/2^-$ -Zustand bei $434\ \text{keV}$ in ^{187}Ir bzw. $372,2\ \text{keV}$ in ^{189}Ir aufbauen, enthalten den $h\ 11/2$ -Zustand der $N = 5$ -Schale im Nilssonschema. Da der $h\ 11/2$ -Zustand unterhalb der Fermikante liegt, baut diese Bande auf einem $h\ 11/2$ -Loch im ^{188}Pt bzw. ^{190}Pt -Rumpf auf. Sowohl die beiden Banden positiver Parität als auch

Die $11/2^-$ - Bande sind Rotationsbanden, in denen jedoch das I (I+1) - Gesetz durch die Corioliskraft aufgehoben worden ist. Die Stärke der Corioliskopplung in der $11/2^-$ -Bande ist wesentlich größer als in den beiden anderen Banden.

Die interessanteren Strukturen zeigen die Banden, die auf dem $9/2^-$ - Zustand aufgebaut sind. Ein Blick in das Nilsson-diagramm (Figur 10) zeigt uns, daß sich diese Zustände aus einem Rumpf von $^{186}_{76}\text{Os}_{110}$ bzw. $^{188}_{76}\text{Os}_{112}$ und einem zusätzlichen h $9/2^-$ - Leuchtproton aufbauen. Man erkennt eine Bande mit der Spinfolge ($I = 9/2^-, 13/2^-, 17/2^-, 21/2^-$), deren Abstände denen in der Grundbande von ^{186}Os bzw. ^{188}Os entsprechen. In Figur (13 a+b bzw. 14 a+b) sind nun die Spektren von ^{186}Os , ^{188}Os sowie die h $9/2^-$ - Banden von ^{187}Ir bzw. ^{189}Ir aufgezeichnet, wobei bei ^{187}Ir zusätzlich zu den von der Grenoble-Swierk-Gruppe gefundenen Niveaus²⁶ auch die bei (α , xn) Reaktionen nicht populierten aber in β - Zerfällen meßbaren Niveaus mitgenommen wurden.

b) Entkoppelte Banden

Das Phänomen, dem wir hier gegenüberstehen, ist, daß in der h $9/2^-$ - Bande in ^{187}Ir und ^{189}Ir die Zustände $9/2^-, 13/2^-, 17/2^-, 21/2^-$ eine bemerkenswerte Ähnlichkeit mit den Grundbanden von ^{186}Os bzw. ^{188}Os besitzen. Die Energieabstände der Niveaus sowie die Spinfolgen j, j+2, j+4.. gleichen denen der darunterliegenden Os-Isotope. In den Kernen der Au-Reihe²⁷, den leichten Gd-Yb-Isotopen²⁸, der La-Gegend²⁹ und der Ru-Pd-Gegend³⁰ sind ähnliche Banden gefunden worden. Bei den diesen Kernen zugrundeliegenden gg-Cores handelt es sich fast immer um β -weiche Rotatoren oder um triaxial deformierte sogenannte Davydow-Kerne. In diesen Kernen mit einer middle-

ren Deformation von 0,15 - 0,25 kann man annehmen, daß der Gesamtdrehimpuls des Kerns gleichmäßig auf die Teilchen- und die Rumpfbewegung aufgeteilt ist. Dies kann man, wie F. Stephens et al.⁵ gezeigt hat, dadurch erreichen, daß die Rotationsachsen für die Teilchen- und Rumpfbewegung nahezu deckungsgleich sind. Daher stammt der Ausdruck "rotation aligned" für dieses Kopplungsschema. Die Kraft, die einen Kern aus der Rotationskopplung in dieses neue Schema treibt, ist die Corioliskraft. Wenn die Teilchen- und die Rumpfdrehimpulse nahezu deckungsgleich liegen, wird die Corioliskraft sehr klein und es gibt keine nennenswerte Kopplung mehr zwischen der Teilchen- und der Rumpfbewegung. Deshalb sind die Energiedifferenzen zwischen diesen Levels gerade die des Rumpfes. Das Ergebnis davon ist die Beobachtung einer γ -Kaskade $\rightarrow j+4 \rightarrow j+2 \rightarrow j$, die aus gestreckten E2 - Übergängen aufgebaut ist und denen der Grundbanden der benachbarten gg-Kerne sehr ähnlich ist. Die Banden, die dieses Verhalten zeigen, werden "decoupled" oder entkoppelte Banden genannt.

c) Parameter der Rechnungen

Grundlage unserer Rechnungen in ^{187}Ir und ^{189}Ir sind die Potentialenergieflächen der gg-Kerne ^{186}Os und ^{188}Os zur Berechnung der Anregungsspektren des ungeraden Protons in Ir; bzw. die PES der Pt-Isotope ^{188}Pt und ^{190}Pt zur Erklärung von Einproton-Loch-Anregungen, die in den Spektren der Ir-Kerne zu finden sind. Die Spektren dieser Kerne sind von Sedlmayr³¹, wie in Figur 11 und 12 zu sehen, sehr gut angepaßt worden. Die Potentialenergieflächen zeigen γ -weiche Rotatoren, was sich durch den niedrigliegenden 3^+ -Zustand der γ -Bande ausdrückt, und spiegeln bei den höheren Os-Isotopen (^{190}Os und ^{192}Os) den bereits in den Rechnungen von Mosel³² vorhergesagten Phasenübergang zwischen prolat- und oblat deformierten Kernformen wider. Die Fermikante, bis zu der die Einteil-

chenzustände durch die Rumpfnukleonen besetzt sind, wurde in Figur 10 auf den $d\ 3/2^-$ - Zustand der $N = 4$ - Schale gelegt. Dadurch konnten bei den Teilchen-Rumpf-Kopplungen, die zu Zuständen negativer Parität führen, alle Schalenmodellzustände der $N = 5$ - Schale außer dem $h\ 11/2^-$ - Zustand, sowie über die Kopplung des r^2 -Terms in Gleichung (34) an die $N+2$ - Schalen alle Zustände der $N = 7$ - Schale mitgenommen werden.

Die Anzahl der kollektiven Niveaus des Os- bzw. Pt-Rumpfes, wurde, wenn nicht anders erwähnt, auf die 10 niedrigsten beschränkt.

Der Dämpfungsfaktor α wurde in allen Rechnungen mit $\alpha = 0.54$ angesetzt. Nullpunktsenergien wurden sowohl für die kollektiven als auch für die Spektren der ug-Kerne weggelassen.

d) Vergleich mit dem Experiment

Betrachtet man die experimentellen Spektren (Figuren 8 und 14b), so erkennt man die entkoppelte Bande $9/2^-$, $13/2^-$, $17/2^-$, deren Energieniveaus nur gering gegenüber den Niveaus der Grundbande in ^{186}Os bzw. ^{188}Os nach oben verschoben sind. Dies ist verständlich, weil die Drehimpulse in ^{187}Ir bzw. ^{189}Ir wesentlich größer sind als die der Os - Isotope und die Energieniveaus durch die Corioliskraft zu größeren Energien verschoben werden. Man fragt sich zunächst, ob das ganze Spektrum durch die Ankopplung nur des $h\ 9/2^-$ - Niveaus zu erklären ist. Betrachtet man Figur 13c, in der nur die $h\ 9/2^-$ - Bande angeregt ist, erkennt man sogar, daß zusätzlich zu den bereits experimentell bekannten Niveaus noch ein $7/2^-$ - Zustand auftaucht, der bis jetzt noch nicht experimentell gefunden wurde. Die Zustände mit großen j -Werten ($17/2^-$, $21/2^-$) in der entkoppelten Bande sowie die $1/2^-$ und $3/2^-$ -

Zustände liegen nicht richtig.

Beschränkt man sich nicht nur auf das $9/2$ - Niveau sondern läßt auch die Besetzung anderer Einteilchenzustände der $N = 5$ - Schale oberhalb der Fermikante zu, so erhält man Figur 13d. Man erkennt, daß die am stärksten vom kollektiven ^{186}Os -Core beeinflussten Zustände der entkoppelten Bande in ihrer Lage unverändert sind, während die anderen, besonders der $3/2^-$ - Zustand unter den $11/2^-$ -Zustand in die Nähe des $7/2^-$ - Zustandes gerückt ist. Verglichen mit dem Experiment ist beim $1/2^-$ und $3/2^-$ - Zustand noch immer eine große Abweichung festzustellen.

Durch die gute Übereinstimmung der entkoppelten Bande, die, wie bereits bemerkt, die größte Abhängigkeit von der Form des Rumpfes hat, ist es nicht sinnvoll, das kollektive Core-Potential zu verändern. Da ja auch das dem Modell zu Grunde liegende sphärische Einteilchenmodell im deformierten Bereich nicht universell anwendbar ist, liegt es nahe, die Einteilchenenergien gegenüber dem von Morovic berechneten Modell etwas zu verschieben. Verschiebt man z.B. den dem $h\ 9/2$ - Zustand nächstliegenden, den $f\ 7/2^-$ -Zustand um $0,1\ \text{MeV}$ nach unten, ergibt sich Figur 13e, die sehr gut mit dem Experiment übereinstimmt.

Um die Zustände höheren Drehimpulses $I \geq 15/2$ besser zu fitten, werden statt bisher 10 Zuständen in ^{186}Os nun 15 Zustände in die Diagonalisierung einbezogen, womit sich in Figur 13f (durchgezogene Linien) ein leicht verbessertes Spektrum ergibt. Eine Erweiterung auf 17 Zustände - es wurden 2 weitere 6^+ - Zustände mitgenommen - (gestrichelte Linien) bringt nur noch eine minimale Verbesserung. In Tabelle 1 sind die drei größten Komponenten der Eigenvektoren, die zu den Eigenwerten mit $I = 9/2, 13/2, 17/2, 21/2$ gehören, aufgeschrieben. Man sieht, daß mit größerem I die Mischung verschiedener Komponenten gegenüber der klaren Dominanz eines Zustandes zurücktritt.

Es ist verständlich, daß dieses Phänomen auftritt, da durch die Beschränkung des Gneußmodells auf $L \leq 6^+$ der Hilbertraum besonders bei hohen I-Werten immer kleiner wird, d. h. die Absenkung gegenüber dem ungestörten Niveau immer geringer, und dadurch in unserem Falle, in dem relativ zum $9/2^-$ -Grundzustand gemessen wird, die hohen I-Zustände teilweise erheblich über den experimentellen Niveaus liegen. Dieses Manko wird mit der Arbeit von L. v. Bernus³³ beseitigt werden können, da in seiner Arbeit auch Zustände im gg-Kern mit $L \geq 8$ berechnet werden können.

Figur 14 zeigt die h $9/2^-$ - Bande in ^{189}Ir . Wie beim Kern ^{187}Ir bildet sich auch hier eine entkoppelte Bande aus. Die Rechnungen, die Figur 14c zeigt, wurden mit ^{188}Os als Core, von dem 15 Zustände mitgenommen wurden, sowie demselben Wert von $\alpha = 0,54$ wie in ^{187}Ir durchgeführt. Da in diesem Kern keine Zustände niedrigen Spins aus anderen Experimenten bekannt sind, bieten unsere Rechnungen für zukünftige Experimente einen Anhaltspunkt dafür, welche Niveaus der h $9/2^-$ - Bande bei welcher Energie zu finden sind.

Betrachtet man nun die h $11/2^-$ - Banden, die aus der Ankopplung eines Loches im, h $11/2^-$ - Zustand in ^{188}Pt bzw. ^{190}Pt entstehen, so erkennt man, daß die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie nicht so gut ist, wie bei der Ankopplung des h $9/2^-$ - Protons an den Os - Rumpf. (Figur 15 und 16). Man sieht sofort, daß der Entkopplungsparameter aus den Rechnungen im Nilssonmodell unter Ein-schluß von Corioliseffekten nicht groß genug ist. Zudem liegt der $7/2^-$ - Zustand nicht unter, sondern über dem $13/2^-$ - Zustand. Vergleicht man nun diese Rechnungen mit denen von Meyer-ter-Vehn⁶, der auch ^{187}Ir mit Hilfe eines anderen Modells angepaßt hat, so sind auch seine Ergebnisse nicht besser. In seinem Modell wird ein Teil-

chen oder Loch an einen starren triaxial deformierten Rotator gekoppelt. Obwohl Meyer-ter-Vehn Quasiteilcheneffekte in seinen Rechnungen berücksichtigte, was in diesem Modell nicht möglich ist, ist der Effekt auf das Spektrum nicht sehr groß. Der Effekt einer Energieverschiebung von Zuständen des Einteilchenmodells hat keinen größeren Einfluß auf das Spektrum, weil der $h \ 11/2$ - Zustand als einziger Zustand der $N = 5$ - Schale unterhalb der Fermikante liegt und nur diese Zustände in die Loch-Rumpf-Rechnungen einbezogen werden können, um das Pauliprinzip nicht zu verletzen. Die Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment muß demnach daran liegen, daß die Anregung eines Lochzustandes innerhalb eines gg-Kerns einen weit größeren Einfluß auf die Form des Kerns und sein Anregungsspektrum hat. Es ist demnach möglich und muß gezeigt werden, daß nicht ^{188}Pt bzw. ^{190}Pt den Rumpf zur Ankopplung des Loches bilden, sondern vielleicht ein Kern, dessen Potentialenergiefläche der von ^{186}Os bzw. ^{188}Os ähnlicher ist. Zudem muß überlegt werden, ob und wie in unserem Modell Quasiteilchenaspekte berücksichtigt werden können.

Betrachtet man nun in Figur 17 und 18 die Banden positiver Parität, so erkennt man im Spektrum eine leicht rotationsentkoppelte $3/2^+$ -Bande und eine $1/2^+$ -Bande, die stärkeren Rotatorcharakter besitzt. Koppelt man an einen ^{188}Pt oder ^{190}Pt - Rumpf ein Loch im $d \ 3/2 \ N = 4$ - Zustand an, so erhält man die Spektren 17 und 18b. Die $1/2^+$ - Bande liegt viel zu hoch und ihr Rotatorcharakter ist wenig erkennbar. Interessant ist jedoch, daß die Zustände mit der Spinfolge $3/2^+$, $7/2^+$, $11/2^+$ sehr gut mit dem Experiment übereinstimmen, während das bei den dazwischenliegenden Spins $j = 5/2$, $9/2$, $13/2$ nicht der Fall ist. Es ist demnach, wie auch in der Grenoble-Swierk-Arbeit gezeigt wurde, offensichtlich, daß es auch in den Banden positiver Parität entkoppelte Banden gibt, deren Abstände untereinander denen

in den benachbarten gg-Kernen ^{186}Os und ^{188}Pt bzw. ^{188}Os und ^{190}Pt sehr ähnlich sind. Wie im Falle der Ankopplung des $h\ 9/2$ - Protons kann man auch hier die Einteilchenzustände energetisch verschieben und erhält dann das Spektrum 17 oder 18c. Wie bei der Ankopplung des $h\ 11/2$ - Loches ist auch hier die Übereinstimmung mit dem Experiment schlechter als bei der Teilchenankopplung. Auch hier kann es daran liegen, daß die Ankopplung eines Loches die Form des Rumpfes erheblich verändert, oder daß, da der $d\ 3/2$ - Zustand sehr nahe an der Fermikante liegt, Quasiteilcheneffekte und die Wechselwirkung mit Zuständen sowohl unterhalb als auch oberhalb der Fermikante einen Einfluß auf die $d\ 3/2^+$ - Bande haben.

2. Die Kerne ^{189}Pt , ^{191}Pt , ^{193}Pt

Da unser Modell auch für den Fall, daß ein Neutron an einen gg-Kern gekoppelt wird, Gültigkeit besitzen soll, wurden, da Experimente in der Reihe der Pt - Isotope gemacht worden waren, aufgebaut auf den von Sedlmayr³¹ bestimmten Potentialenergieflächen von ^{188}Pt - ^{192}Pt , die Niederenergiespektren von ^{189}Pt - ^{193}Pt bestimmt.³⁴ Wie in Figur 19 zu erkennen ist, sind auch in den Pt - Isotopen bei den auf dem $13/2^+$ - Zustand aufgebauten Banden Entkopplungsphänomene zu beobachten. Auch hier bilden sich entkoppelte Banden der Spinfolge $13/2^+$, $17/2^+$, $21/2^+$, $25/2^+$ aus, deren Abstände denen in den benachbarten gg-Kernen entsprechen.

Die in Figur 20 dargestellten kollektiven Potentialenergieflächen für ^{188}Pt , ^{190}Pt , ^{192}Pt zeigen deutlich γ - weiche triaxial oder schon zur obladenen Form tendierende Übergangskerne, wie wir es schon aus den Os-Isotopen gewohnt sind. Das Nilssonschema in Figur 21 zeigt, daß der

$i\ 13/2$ - Zustand der $N = 6$ - Schale oberhalb der Fermi-kante liegt, so daß man versuchen kann, die Spektren von $^{189}, ^{191}, ^{193}\text{Pt}$ durch Ankopplung eines $i\ 13/2\ N = 6$ - Neutrons an den kollektiven $^{188}, ^{190}, ^{192}\text{Pt}$ - Rumpf zu erklären.

Figur 22 zeigt, daß dieser Ansatz sehr gut ist, ja daß sogar, wie in der Ir - Fällen, zusätzliche Niveaus vorhergesagt werden können, die wegen ihres kleinen Spins meist nicht bei (α, xn) -Reaktionen gefunden werden können.

Der Kern ^{191}Pt bildet eine Ausnahme, da es uns, aufbauend auf der in Figur 20 gezeigten Potentialenergiefläche für ^{190}Pt nur durch Ankopplung eines $i\ 13/2^+$ - Lochzustandes möglich war, das in Figur 23 gezeigte gut mit dem Experiment übereinstimmende Spektrum zu erzielen. Nach der Particle-hole-conjugation, wie sie in Gleichung (48) beschrieben ist, gilt aber, daß ein Teilchen in einem gewissen j -Zustand angekoppelt an einen gg -Kern mit einer Potentialenergiefläche (β, γ) dasselbe Spektrum erzeugt wie ein Loch im selben j -Zustand, das an denselben gg -Kern, jedoch mit einer Potentialfläche, die um die $\gamma = 30^\circ$ Achse gespiegelt ist. Dies bedeutet, daß durch unsere Rechnungen gezeigt werden kann, daß nicht die in Figur 20b gezeigte Potentialenergiefläche sondern die aus Figur 24 den Kern ^{190}Pt beschreibt. Es ist demnach möglich, mit Hilfe der Rechnungen in ug -Kernen Aussagen zu machen über die Struktur bzw. die Form des dem Modell zu Grunde liegenden gg -Rumpfes. Messungen des Vorzeichens des Quadrupolmoments des ersten 2^+ -Niveaus in ^{190}Pt , die bisher noch nicht durchgeführt worden sind, werden einen weiteren Hinweis über die Form der PES von ^{190}Pt liefern müssen.

Figur 25 zeigt das Spektrum für ^{193}Pt , in dem auch Niveaus kleineren Spins gefunden wurden, die noch nicht experimentell gesehen wurden.

V. ANSÄTZE ZU EINEM NEUEN EINTEILCHENMODELL

1. Die Problemstellung

Wie wir in den vorherigen Kapiteln feststellen mußten, war es uns nicht möglich, mit Hilfe des harmonischen Oszillators als Basis für die Berechnung unserer Einteilchenwellenfunktionen, die relativen Abstände der verschiedenen Bandenköpfe zu repräsentieren. Wie man an Hand der Nilssonschemata in Figur 10 und Figur 21 erkennen kann, ändert sich die Reihenfolge der Einteilchenzustände mit wachsendem β sehr drastisch. Es ist demnach möglich, daß wir Zustände von unserem ungeraden Teilchen besetzen lassen, die bereits bei dieser Deformation von Corenukleonen besetzt sind. Wir verletzen dadurch das Pauliprinzip, daß wir in ein bereits vollkommen aufgefülltes Niveau ein weiteres Teilchen, das Leuchtnukleon, einsetzen wollen. Um unser Modell von diesen Mängeln zu befreien, müssen wir das Pauliprinzip in unsere Rechnungen einbeziehen.

2. Die adiabatische Fermikante

Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß die Paarkraft zu vernachlässigen ist und weiterhin die $A - 1$ - Corenukleonen in dem gegenüber der Einteilchenbewegung sehr langsam schwingenden Kernrumpf die $A - 1$ energetisch niedrigsten Niveaus besetzen. Das bedeutet eine adiabatische Näherung für die Kollektivbewegung. Es muß dann Bereiche in unserer β, γ - Ebene geben, in denen verschiedene Einteilchenniveaus an der Fermikante von den Corenukleonen besetzt sind, wenn der kollektive Rumpf sich adiabatisch bewegt. Figur 26 zeigt schematisch die Nilssonzustände für einen beliebigen Wert von γ in Abhängigkeit von β . Die gewellte Linie soll die Fermikante des Cores andeuten; alle Zustände unterhalb dieser Linie sind von Corenukleonen besetzt, diejenigen oberhalb sind

frei und können von dem ungepaarten Teilchen eingenommen werden. Wir bezeichnen die Einteilchenzustände mit fortlaufenden Nummern n am Ursprung. Diese Zahl enthält am Ursprung die Quantenzahlen $n = \{ N, l, j, m \}$. Entartete Zustände werden einzeln gezählt. Man sieht die mit $1, \dots, A-1$ bezeichneten von den Corenukleonen besetzten Zustände und den mit A bezeichneten im Bereich 1 unbesetzten im zweiten und dritten jedoch unterhalb der Fermikante liegenden Einteilchenzustand. Dieser A -te Zustand steht im Bereich 1 dem äußeren Nukleon als möglicher Zustand zur Verfügung, muß jedoch in den Bereichen 2 und 3 als von den Rumpfnukleonen aufgefüllt angesehen werden. Stattdessen sind die Zustände mit den Nummern $A-1$, $A-2$ jetzt frei und dürfen vom äußeren Teilchen besetzt werden. (Anmerkung: Entartete Zustände werden einzeln gezählt)

a) Die Wellenfunktion

Die Eigenwertgleichung des dreidimensionalen Nilssonmodells lautet

$$H_{\text{nils}}(\hat{r}, \alpha) \Psi_n(\hat{r}, \alpha) = \epsilon_n(\alpha) \Psi_n(\hat{r}, \alpha) \quad (66)$$

wobei die Zahl n den Einteilchenzustand in Übereinstimmung mit Figur 26 zählt.

Die Corewellenfunktion lautet im Bereich 1

$$|\Psi_{A-1}(1)\rangle = \prod_{i=1}^{A-1} a_i^+ |\hat{0}\rangle \quad (67)$$

wobei $|\hat{0}\rangle$ das Nukleonenvakuum darstellt. In den Bereichen 2 und 3 ist der $A-1$ -te und $A-2$ -te Zustand - zweifach energetisch entartet - aus dem Coreverband ausgebrochen, sie stehen jetzt dem ungeraden Teilchen zur Ver-

fügung, wohingegen der $A - 1$ - te und $A + 1$ - te Zustand - energetisch entartet - jetzt mit Corenukleonen besetzt ist. Die Corewellenfunktion lautet jetzt

$$|\psi_{A-1}(2,3)\rangle = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq A-1, A-2}}^{A-1} a_i^+ |\hat{0}\rangle = a_{A-1}^+ a_A^+ a_{A-1} a_{A-2} |\psi_{A-1}(1)\rangle \quad (68)$$

Die Gesamtwellenfunktion lautet dann, wenn wir von der Drehimpulskopplung absehen:

$$\psi = \sum_{n, l, m} \left\{ C_{n, l, m}^{(1)} \varphi_n(\hat{r}, \alpha) |\psi_{A-1}(1)\rangle + C_{n, l, m}^{(2)} \varphi_n(\hat{r}, \alpha) |\psi_{A-1}(2)\rangle + \dots \right\} |l, m\rangle \quad (69)$$

Um das Pauliprinzip für das äußere Teilchen zu erfüllen, sollen im Produkt $\varphi_n(\hat{r}, \alpha) |\psi_{A-1}(i)\rangle$ alle Zustände ausgeschlossen sein, die bereits in $|\psi_{A-1}(i)\rangle$ besetzt sind.

b) Zusatzpotential zur Einbeziehung des Pauliprinzips im Hamiltonoperator

Wir definieren die mit α veränderliche Fermienergie des Cores als die Summe der $A - 1$ tiefsten Eigenwerte des dreidimensionalen Nilsonhamiltonoperators.

$$\sum_{\substack{A-1 \text{ tiefsten} \\ \epsilon_i}} \epsilon_i = V(\alpha)$$

Das Potential $V(\alpha)$ kann nach den in Gleichung (9) bestimmten Invarianten L_2 und L_3 entwickelt werden und hat dann die Form (siehe Gleichung(10)).

$$V(\alpha) = C_2 L_2 + C_3 L_3 + C_4 L_2^2 + C_5 L_2 L_3 + C_6 L_3^2 + D_6 L_2^3$$

Dieses Potential kann verwandt werden, um ein Zusatzpotential in einem Hamiltonoperator zu konstruieren, der für eine adiabatische Besetzung der Corenukleonen sorgt.

Der Zusatzterm lautet

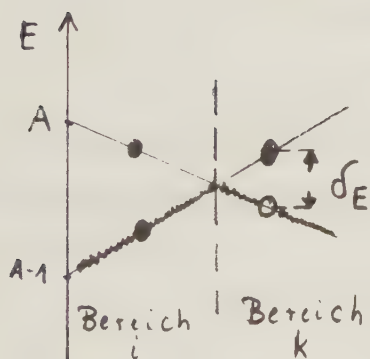
$$V_{\text{pauli}} = \lambda \left(\sum_{n_1, n_2} \langle n_1 | H_{n_1, n_2} | n_2 \rangle a_{n_1}^+ a_{n_2} - V(\alpha) \right) \quad (70)$$

und operiert auf die Wellenfunktion $|\psi_{A-1}(i)\rangle$. Im Bereich von α , in dem die Wellenfunktion $|\psi_{A-1}(i)\rangle$ die Grundzustandswellenfunktion darstellt, d. h. im Bereich i, ergibt die Wirkung von V_{pauli} :

$$V_{\text{pauli}} |\psi_{A-1}(i)\rangle = 0 \quad (71a)$$

für alle Werte von α im Bereich i. In den übrigen Bereichen $k \neq i$ ergibt

$$V_{\text{pauli}} |\psi_{A-1}(i)\rangle \geq 0 \text{ für } \alpha \text{ im Bereich } k \neq i \quad (71b)$$



Dies ist in nebenstehender Skizze zu erkennen, wo im Bereich k nach dem Eintauchen des A - ten Zustandes durch die Anwendung des Zusatzterms im Hamiltonoperator die Energie δE zwischen dem Teilchen im nun freien A - 1 - ten Niveau und dem unter die Fermienergie $V(\alpha)$ (ge-

wellte Linie) geratenen A - ten Teilchens freisetzen würde. Durch einen großen Wert des Lagrange-Parameters λ lassen sich alle Teile der Gesamtwellenfunktion ψ ausschließen, in denen die Teilchen des Cores über die Fermikante angeregt sind, d. h. nicht die A - 1 tiefsten Zustände besetzen.

3. Der dreidimensionale harmonische Oszillator

Um das Zusatzpotential berechnen zu können und für jeden

Punkt der β, γ -Ebene das ungepaarte Teilchen gegenüber dem Rumpf antisymmetrisieren zu können, transformiert man den in Gleichung (34) beschriebenen Hamiltonoperator ins intrinsische System. So ergibt sich in Abhängigkeit der in Gleichung (5a) definierten Koordinaten a_0 und a_2

$$\begin{aligned}
 H_{\text{Nils}} = & H_{\text{Sp}}(\hat{r}, \hat{e}, \hat{s}) - \hbar \omega_0 r^2 (a_0 Y_{20} + a_2 (Y_{22} + Y_{2-2})) \\
 & + \frac{3}{2} \hbar \omega_0 \left[(a_0^2 + 2 a_2^2) \frac{1}{4\pi} + \frac{2}{7} \left(\frac{5}{4\pi} \right)^{1/2} \left\{ (a_0^2 - 2 a_2^2) Y_{20} - 2 a_0 a_2 (Y_{22} + Y_{2-2}) \right\} \right. \\
 & \left. + \frac{5}{170\pi} \left\{ \left(\frac{2}{35} \right)^{1/2} Y_{40} (3 a_0^2 + a_2^2) + a_2^2 (Y_{44} + Y_{4-4}) + 2 a_0 a_2 \left(\frac{3}{14} \right)^{1/2} (Y_{42} + Y_{4-2}) \right\} \right] \\
 & + \hbar \omega_0 r^2 \frac{1}{4\pi} (a_0^2 + 2 a_2^2)
 \end{aligned} \tag{72}$$

Man erhält den Nilssonhamiltonoperator in Abhängigkeit der Bohrschen Koordinaten β und γ mit Hilfe der Relation

$$a_0 = \beta \cos \gamma \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$$

Diagonalisiert man diesen Hamiltonoperator in der Basis der Eigenfunktionen des dreidimensionalen harmonischen Oszillators, so erhält man als Lösungen der Eigenwertgleichung

$$H_{\text{Nils}}(\hat{r}, \beta, \gamma) \Psi(\hat{r}, \beta, \gamma) = \mathcal{E}(\beta, \gamma) \Psi(\hat{r}, \beta, \gamma) \tag{73}$$

Eigenwerte, die von β, γ abhängen und in den Grenzwerten $\gamma = 0$ und $\gamma = 60^\circ$ die Eigenwerte des gewöhnlichen Nils-

sonmodells reproduzieren, wobei jedoch die Wellenfunktionen $\Psi_n(\hat{r}, \beta, \gamma)$ im intrinsischen System weder einen bestimmten Drehimpuls I noch eine gute Quantenzahl Q besitzen:

$$\Psi_n(\hat{r}, \beta, \gamma) = \sum_{\kappa j m} a_{\kappa j m}^n(\hat{r}, \beta, \gamma) \Phi_{\kappa j m}(\vec{r}) \quad (74)$$

Transformiert man die sphärischen Oszillatorwellenfunktionen ins Laborsystem, erhält man die Wellenfunktion

$$\Phi_{\kappa j m}(\vec{r}) = \sum_{m'} D_{m m'}^j(\vartheta_j) \Phi_{\kappa j m'}(\vec{r}') \quad (75)$$

wobei ϑ_j den Winkel zwischen den intrinsischen Achsen und denen im Laborsystem darstellt. Die $\Phi_{\kappa j m'}(\vec{r})'$ sind die Eigenzustände der Oszillatorwellenfunktion im Laborsystem mit der Projektion m' . Die Wellenfunktionen $\Psi_n(\vec{r}, \beta, \gamma)$ des dreidimensionalen Nilssonmodells aus Gleichung (73) lauten im Laborsystem

$$\Psi_{Lab}^n(\vec{r}, \alpha) = \sum_{\kappa j m m'} a_{\kappa j m}^n(\vec{r}, \beta, \gamma) D_{m m'}^j(\vartheta_j) \phi_{\kappa j m'}(\vec{r}) \quad (76)$$

Wendet man den Operator I^2 auf Ψ_{Lab}^n an, erhält man, da $\vec{I} = \vec{L} + \vec{J}$ gilt

$$I^2 \Psi_{Lab}^n(\vec{r}, \alpha) = 0 \quad (77)$$

Kürzt man

$$a_{\kappa j m}^n(\vec{r}, \beta, \gamma) D_{m m'}^j(\vartheta_j) = A_{\kappa j m'}(\alpha)$$

ab, so erhält man bei der Anwendung des Quadrats des kollektiven Drehimpulsoperators auf $A_{\kappa j m'}(\alpha)$

$$L^2 A_{\kappa j m'}(\alpha) = j(j+1) A_{\kappa j m'}(\alpha) \quad (78a)$$

und

$$L^2 \phi_{j m'}(\vec{r}') = 0 \quad (78b)$$

Wendet man j^2 , den Operator des Teilchendreimpulses, an, wird

$$j^2 A_{j m'}(\alpha) = 0 \quad (79a)$$

und

$$j^2 \varphi_{j m'}(\vec{r}') = j(j+1) \varphi_{j m'}(\vec{r}') \quad (79b)$$

a) Energieniveaus als Funktion von β und γ

In Figur 27 und 28 sieht man die Eigenwerte des dreidimensionalen Nilssonhamiltonoperators für den Kern ^{41}Ca ³⁵ für $\beta = 0.2$ bzw. $\beta = 0.3$ in Abhängigkeit von $\gamma = 0^\circ - 60^\circ$. Die Eigenfunktionen haben gute Parität und gute Projektion m für $\gamma = 0^\circ$. Den Niveaus sind die Hauptquantenzahlen N, die Drehimpulse j und die m-Quantenzahlen der Zustände, aus denen sie am sphärischen Punkt $\beta = 0$ und $\gamma = 0^\circ$ entstammen, beigegeben. Man sieht, daß die Eigenwerte sich nur sehr langsam mit γ energetisch verändern. Am Punkt $\gamma = 60^\circ$ sind die Eigenwerte gleich denen für $-\beta$ im gewöhnlichen axialsymmetrischen Nilssonmodell; eine Zuordnung von m-Quantenzahlen ist jedoch nicht möglich, da unser Ellipsoid anders im Raume steht als im normalen Nilssonmodell. Erst bei $\gamma = 180^\circ$ entsprechen sowohl Eigenwerte als auch Eigenvektoren denen des axialsymmetrischen Nilssonmodells.

b) Entartung der Energieniveaus

Es ist interessant, daß die im gewöhnlichen Nilssonmodell bestehende Entartung der Eigenwerte nicht aufgehoben wird. Die Entartung ist jedoch anderer Natur. Sind

in einem $j = 3/2$ Niveau im axialsymmetrischen Falle auf Grund der Wechselwirkung über Y_{20} oder Y_{40} die Eigenwerte mit $\Omega = 3/2$ und $\Omega = -3/2$ sowie $\Omega = 1/2$ und $-1/2$ entartet, ergeben sich in unserem Fall, da auch Y_{22} und Y_{2-2} - Terme im Störhamiltonoperator berücksichtigt werden (wir betrachten hier nur Terme linear in α), eine Ω - Mischung von Schalenmodellzuständen mit $\Omega = +3/2$ und $-1/2$ sowie $\Omega = +1/2$ und $-3/2$. Diese Eigenwerte sind entartet. Das ist eine Folge des Kramers Theorem³⁶ Bezeichnet man in diesem Falle das Störfeld, das auf unser Einzelteilchen durch den kollektiven Core (d. h. durch die α Bewegung) einwirkt, mit $\vec{E}$, so ist sowohl $H_{\text{Nils}} \psi = \epsilon \psi$ als auch die zeitgespiegelte Lösung $T \psi$ eine Lösung mit derselben Energie $H(T \psi) = \epsilon(T \psi)$ im selben Feld $\vec{E}$. Da nun eine Entartung im Falle, daß kein äußeres Feld $\vec{E}$ anliegt, besteht, muß man sich fragen, ob das Feld $\vec{E}$ vielleicht diese Entartung aufheben könnte. Die Entartung würde aufgehoben, wenn $T \psi$ und ψ gleich wären für jeden Level - ansonsten würden immer noch zwei Zustände mit derselben Energie bestehen - oder genauer, wenn $T \psi = a \psi$, wobei a eine Konstante ist. (Auf Grund der Normierung müßte auch gelten $|a|^2 = 1$). Durch Iteration dieser Gleichung erhalten wir $T^2 \psi = |a|^2 \psi = \psi$. Jedoch gilt $T^2 = 1$ nur für geraden Spin, während für halbzahligem Spin $T^2 = -1$ gilt. Deshalb besteht in einem System mit halbzahligem Spin ohne Beschränkung für das Feld $\vec{E}$ immer eine zweifache Entartung. Dies ist eine weitreichende Konsequenz aus der Zeitumkehrinvarianz.

c) Entwicklung um $\beta = 0$

Um zu untersuchen, ob eine Entwicklung der Wellenfunktionen des dreidimensionalen Nilssonmodells nach den Eigenfunktionen des sphärischen Einteilchenmodells und nach α in der Umgebung von $\beta = 0$ möglich ist, wurde die Abhängigkeit der Eigenwerte unseres Nilssonmodells in

nur einer j-Schale - d. h. ohne N-Schalenmischung und ohne Abhängigkeit der j-Schalen einer N-Schale untereinander - untersucht. Zusätzlich wurde zur Vereinfachung der Hamiltonoperator nur bis in erster Ordnung in α mitgenommen. Sind die

$$\psi_n = \sum_m a_{jm}^n \Phi_{jm} \quad (80)$$

wobei die Φ_{jm} Lösungen der Eigenwertgleichung des dreidimensionalen harmonischen Oszillator sind:

$$H_0(\hat{r}, \hat{L}, \hat{S}) \Phi_{jm} = E_0 \Phi_{jm} \quad (81)$$

Die Eigenwertgleichung des dreidimensionalen Nilssonmodells ergibt sich dann mit

$$H = H_0(\hat{r}, \hat{L}, \hat{S}) - \sqrt{5} [\alpha^{(2)} x + r^2 Y^{(2)}]^{(0)} \quad (82)$$

zu

$$E_n \psi_n = H \psi_n = E_0 \psi_n - \sqrt{5} [\alpha^{(2)} x + r^2 Y^{(2)}]^{(0)} \sum_m a_{jm}^n \Phi_{jm} \quad (83)$$

Nach einigen Rechnungen ergeben sich für die Koeffizienten die Eigenwertgleichung

$$a_{jm}^{*n} = - \frac{\langle \Phi_{jm} || r^2 Y^{(2)} || \Phi_{jm'} \rangle}{\sqrt{2j+1} (E_n - E_0)} [\alpha \times a_{jm'}^*]_m^j \quad (84)$$

Nimmt man nun eine Umdefinition $a_{jm'}^{*n} = b_{jm'}^n$ vor, die möglich ist, da $\psi^n = \sum_j [b_{jm'}^n \times \Phi_{jm'}]^{(0)}$ und damit $\psi^n = \sum_{m'} b_{jm'}^{*n} \Phi_{jm'}$ gilt. Da man auch

$$\frac{(E_n - E_0) \sqrt{2j+1}}{\langle \Phi_{jm} || r^2 Y^{(2)} || \Phi_{jm'} \rangle} = \beta \cdot \epsilon_n(\gamma, j) \quad (85)$$

schreiben kann, ergibt sich für die α -Abhängigkeit der Koeffizienten

$$\sum_{m'} \left\{ \epsilon_n(\gamma, j) \delta_{m m'} - \left(\sum_{\mu} (2\mu j m' / j m) \frac{\alpha_{2\mu}}{\beta} \right) \right\} b_{j m'}^n = 0 \quad (86)$$

Diagonalisiert man diese Gleichungen, so kann man die Eigenwerte ϵ_n in Abhängigkeit von γ . Figur 29 zeigt die $j = 1, 5, 2, 5$, und $3, 5$ - Schalen. Alle Eigenwerte sind zweifach entartet, wie es aufgrund von Kramers Theorem verständlich ist. Wichtig ist, daß die Eigenwerte nicht von β abhängen und sinusförmig mit einer Periode von $2\pi/3$ phasenverschoben um einen konstanten Wert oszillieren. Ist die Anzahl der nicht deckungsgleichen Niveaus gerade, so ergeben sich jeweils Paare von gleichphasig schwingenden Niveaus; ist die Zahl $j+1/2$ ungerade, so schwingt immer der nicht paarweise gleichphasige Zustand um den Wert 1. Interessant ist zudem, daß bei halbzahligen Spins im Gegensatz zu den ganzzahligen Drehimpulsen $j = 1, 2, 3$, Figur 30, keine Niveaukreuzungen auftauchen, obwohl sich die Eigenschaften der Niveaus, d. h. ihre j -und Ω -Zuordnung in der Nähe der Kreuzungs- bzw. Abstoßungspunkte ändern. Es gibt keine Kreuzungspunkte für $1/2$ -zahliges j , da die Spinbahnkopplung die Entartung aufhebt. Aufgrund der Tatsache, daß am sphärischen Punkt $(\beta, \gamma) = 0$ eine γ -Abhängigkeit der Wellenfunktion, d. h. ihre Koeffizienten, besteht, ist es klar, daß die Entwicklung der Eigenfunktionen des dreidimensionalen Nilssonmodells, in der Form (87) in der Umgebung von $\beta = 0$ nicht möglich ist.

d) Entwicklung der Nilssonwellenfunktionen nach sphärischen Einteilchenwellenfunktionen.

Will man nun die Wellenfunktion $\psi(\hat{r}, \alpha)$ nach den sphärischen Einteilchenwellenfunktionen $\phi_{j m}(\vec{r})$ entwickeln, so ergibt sich, wenn man Rotationsinvarianz for-

dert und Wellenfunktionen zu gutem Drehimpuls konstruieren will, bis in zweiter Ordnung in α folgende Entwicklung:

$$\begin{aligned} \psi_{KM}^I = \sum_{j'k'm'} a_{j'k'm'}^{IKM}(\hat{r}, \alpha) \Phi_{k'm'}^{j'}(\hat{r}) = \sum_{IKM} A_{KM}^I \Phi_{KM}^I + \sum_{j'k'm'} C_{j'k'm'}^{IK} [\alpha^{\ell\omega} \times \Phi_{k'm'}^{j'}]_{KM}^I \\ + \sum_{j'k'm'\ell} D_{\ell j'k'm'}^{IK} [\alpha^{\ell\omega} \times \alpha^{\ell\omega}]^\ell \times \Phi_{k'm'}^{j'}]_{KM}^I \end{aligned} \quad (87)$$

Die 5 Koeffizienten sind nach Konstruktion von m' und α unabhängig. Fünf Koeffizienten deshalb, weil sich zwei α 's nur zu 0, 2, 4 koppeln lassen. Dann können die unbekannten Entwicklungskoeffizienten A , C , D_0 , D_2 und D_4 aus den Koeffizienten $a_{j'k'm'}^{IKM}$ des dreidimensionalen Nilssonmodells errechnet werden. Man beschafft sich dazu zunächst die Gleichung, die einen bestimmten Koeffizienten mit den C 's und D 's verbindet.

$$\begin{aligned} a_{j'k'm'}^{IKM} = A_{KM}^I \delta_{Ij'} \delta_{k'k} \delta_{Mm'} + C_{j'k'm'}^{IK} (2M-m' j'm' / IM) \alpha_{2M-m'} \\ + \sum_{\ell} D_{\ell j'k'm'}^{IK} (\ell M-m' j'm' / IM) \sum_{\mu'} (2\mu' 2M-m'-\mu' / \ell M-m') \alpha_{2\mu'} \alpha_{2M-m'-\mu'} \end{aligned} \quad (88)$$

Geht man nun ins intrinsische System über, d. h. man ersetzt die $\alpha_{2\mu}$'s durch die a_0 , a_2 und a_{-2} 's, so ergibt sich für $M - m' = 0$ in Abhängigkeit von β und γ

$$\begin{aligned} a_{j'k'm'}^{IKM} = A_{KM}^I \delta_{Ij'} \delta_{k'k} + C_{j'k'm'}^{IK} \sqrt{2I+1} (-)^{j'-m'} \begin{pmatrix} 2j'I \\ 0M-M \end{pmatrix} \beta \cos \gamma \\ + D_{0j'k'm'}^{IK} \frac{1}{\sqrt{5}} \delta_{Ij'} \delta_{k'k} \beta^2 \\ + D_{2j'k'm'}^{IK} \sqrt{2I+1} (-)^{j'-m'} \begin{pmatrix} 2j'I \\ 0M-M \end{pmatrix} \beta^2 \cos 2\gamma \\ + D_{4j'k'm'}^{IK} \sqrt{2I+1} (-)^{j'-m'} \begin{pmatrix} 4j'I \\ 0M-M \end{pmatrix} \beta^2 (1 + 5 \cos^2 \gamma) \end{aligned} \quad (89a)$$

Ist $M - m' = \pm 2$, so ergibt sich

$$\begin{aligned}
 a_{j'k'm'}^{IKM} = & C_{j'k'}^{IK} \sqrt{2I+1} (-)^{j'-m'} \begin{pmatrix} 2j'I \\ \pm 2M \pm 2 - M \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma \\
 & + D_{2j'k'}^{IK} \sqrt{2I+1} (-)^{j'-m'} \begin{pmatrix} 2j'I \\ \pm 2M \pm 2 - M \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta^2 \sin^2 \gamma \\
 & + D_{4j'k'}^{IK} \sqrt{2I+1} (-)^{j'-m'} \begin{pmatrix} 4j'I \\ \pm 4M \pm 4 - M \end{pmatrix} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \beta^2 \sin^2 \gamma
 \end{aligned} \tag{89b}$$

und für $M - m' = \pm 4$

$$a_{j'k'm'}^{IKM} = D_{4j'k'}^{IK} \sqrt{2I+1} (-)^{j'-m'} \begin{pmatrix} 4j'I \\ \pm 4M \pm 4 - M \end{pmatrix} \frac{1}{2} \beta^2 \sin^2 \gamma \tag{89c}$$

Aus der Struktur der Gleichungen ist ersichtlich, daß wegen der linearen Abhängigkeit der Terme in C und D eine Lösung für C und D nur gefunden werden kann, wenn

- die Gleichungen für 4 verschiedene Punkte aufgestellt werden, wovon mindestens 2 nicht auf $\gamma = 0$ -Linie liegen dürfen und
- diese Punkte auch nicht auf einer Linie $\beta = \text{const.}$ liegen.

Wir versuchten, an sechs verschiedenen Punkten der β, γ -Ebene diese linearen homogenen Gleichungssysteme aufzulösen. Wie aus dem vorigen Abschnitt ersichtlich, ist diese Entwicklung, wenn die Punkte in der Nähe des Ursprungs gewählt sind, nicht möglich, jedoch kann man für größere Werte von β selbst eine Funktion $V = C/\beta$, was ja unseren Eigenwerten entspricht, da sie lineare Terme in α enthalten, nach höheren Potenzen von α entwickeln.

$$V = C/\beta \approx A\alpha^2 + B\alpha^3 + \dots$$

Für die Zukunft wäre es wünschenswert, wenn man den Hamiltonoperator im intrinsischen System statt im Laborsystem löst. Dann es ist möglich, an jedem Punkt der β, γ -Ebene die Corewellenfunktionen mit denen des Nilssonmodells zu koppeln und die Fermikante zu bestimmen. Erfolgversprechende Ansätze dazu bieten die Rechnungen von Moshinsky et al. ³⁷.

VI. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Mit Hilfe unseres Modells ist es möglich geworden, die Niederenergiespektren gerade der ug -Kerne theoretisch zu erklären, die bisher nicht mit anderen Modellen reproduziert werden konnten. Unser Modell ist eine Erweiterung und Verbesserung des Modells von Meyer-ter-Vehn⁶, da es statt eines Davydow-Modells für den Core realistischere Kernformen zuläßt. Die Ergebnisse beweisen, daß in den Os- und Pt-Isotopen γ -instabile Kernformen und nicht starr deformierte triaxiale Rotatoren vorherrschen. Wir konnten die entkoppelten Banden, die in den Experimenten gefunden wurden, mit Hilfe unseres Modells als direkte Folge der γ -instabilen Formen der Potentialenergieflächen der Rumpfkern identifizieren. Nicht nur Banden in ug -Kernen, die auf Teilchenanregungen aufgebaut sind, sondern auch solche, die man als Lochanregungen im $A+1$ gg -Rumpf verstehen kann, sind gleichzeitig gut angepaßt worden. In einigen Isotopen konnten Levels identifiziert werden, die bisher noch nicht experimentell gemessen worden sind. Zudem konnte man Niveaus, deren Spinzunordnung unsicher war, auf Grund der Rechnungen einen definierten Spin zuordnen. Wir haben unser Modell dadurch verbessert, daß wir das Pauliprinzip explizit berücksichtigt haben. Mit Hilfe dieses Modells ist es möglich geworden, die mit α veränderliche Fermikante in die Rechnungen mit einzubeziehen, und nicht mehr wie früher für einen festen α -Wert die möglichen Anregungszustände des ungeraden Teilchens zu berechnen.

In der Zukunft wird es möglich sein, die Spektren aller ug -Kerne zu bestimmen, die auf den von Sedlmayr³¹

angepaßten Potentialenergieflächen aufgebaut werden können. Dadurch ist auch die Anpassung all der anderen experimentell gefundenen entkoppelten Banden in greifbare Nähe gerückt. Zudem wird das von L. v. Bernus³³ auf Zustände bis $L = 32$ erweiterte Gneußsche Kollektivmodell uns die Möglichkeit eröffnen, Zustände höheren Spins zu berechnen und Back-bending-Effekte in ug-Kernen zu studieren. Diese Arbeiten werden von Frau Nagwa³⁸ durchgeführt werden.

Um eine noch bessere Übereinstimmung mit dem Experiment zu erzielen, werden Quasiteilcheneffekte in unser Modell durch Terme der Art⁷

$$-G \sum_{a,b>0} c_a^+ c_{\bar{a}}^+ c_b c_{\bar{b}} \quad (90)$$

wobei G die pairing-strength und c_a^+ den Erzeugungsoperator des Zustandes $|a\rangle$ und $c_{\bar{a}}^+$ den im zeitumgekehrten Zustand $|\bar{a}\rangle$ darstellt, einbezogen werden müssen. Außerdem muß die Annahme der adiabatischen Fermikante durch Hinzunahme nicht-adiabatischer Terme in der Wellenfunktion(69) verbessert werden.

LITERATURVERZEICHNIS

- 1 D. C. Choudhury, Kgl. Danske Videns. Selsk. Mat. Fys. Medd. 28, No. 4 (1954)
D. C. Choudhury und E. Kujawski, Phys. Rev. 144, 1013 (1966)
D. C. Choudhury und T. F. O'Dwyer, Nucl. Phys. A 93, 300 (1967)
D. C. Choudhury und J. T. Clemens, Nucl. Phys. A125, 140 (1969)
D. C. Choudhury und F. G. Bailey, Nucl. Phys. A144, 628 (1970)
G. Scharff-Goldhaber und J. Weneser, Phys. Rev. 98, 212 (1955)
K. W. Ford und G. Levinson, Phys. Rev. 100, 1 (1955)
N. Glendenning, Phys. Rev. 119, 211 (1960)
- 2 A. Covello und G. Sartoris, Bull. Am. Phys. Soc. 11, 750 (1966)
A. Covello und G. Sartoris, Nucl. Phys. A93, 481 (1967)
- 3 A. Faessler und R. K. Sheline, Phys. Rev. 148, 1003 (1966)
- 4 F. Weller, Fortschritte der Physik 19, 201 (1971)
- 5 F. S. Stephens, R. M. Diamond, D. Benson jr. und M. R. Maier, Phys. Rev. C7, 2163 (1973)
F. S. Stephens, Proc. of the Int. Conf. on nuclear physics, München (1973)
- 6 J. Meyer-ter-Vehn, Nucl. Phys. A249, 111 (1975)
J. Meyer-ter-Vehn, Nucl. Phys. A249, 141 (1975)

- 7 H. Toki und A. Faessler, Nucl. Phys. A253, 231
(1975)
A. Faessler und H. Toki, Phys. Lett. 59B, 211
(1975)
- 8 G. Leander, Preprint Universität Lund (Schweden)
(1976)
- 9 G. Gneuß und W. Greiner, Nucl. Phys. A171, 449
(1971)
G. Gneuß, Dissertation, Universität Frankfurt/Main
(1970)
G. Gneuß, U. Mosel und W. Greiner, Phys. Lett. 30B
397, (1967)
- 10 A. Bohr, Kgl. Danske Videns.Selsk. Mat. Fys. Medd.
26, No. 14 (1952)
A. Bohr und B. R. Mottelson, Kgl. Danske Videns.Selsk.
Mat. Fys. Medd. 27, No. 16 (1953)
- 11 K. Kumar und M. Baranger, Nucl. Phys. A92, 608 (1967)
A92, 653 (1967); A122, 241 (1968); A122, 273 (1968)
- 12 H. J. Weber, M. G. Huber und W. Greiner, Z. Physik
190, 25 (1966)
N. Kemmer, D. L. Pursey, S. A. Williams, J. Math.
Phys. 9, 1224 (1968)
K. T. Hecht, Nucl. Phys. 63, 177 (1965)
Le Tourneux, Math. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 34
No. 11 und Phys. Lett. 13, 325 (1964)
- 13 S. G. Nilsson, Kgl. Danske Videns. Selsk. Mat. Fys.
Medd. 29, No. 16 (1955)

- 14 T. Morovic, Dissertation, Universität Frankfurt/Main (1974)
- 15 J. Ragnarsson, Proceedings of the International Conference on the Properties of Nuclei Far From the Region of Beta-Stability, CERN 70-30, p847 (1970)
Ch. Gustaffsson, *ibid.* p654 (1970)
- 16 A. Bohr und B. Mottelson, Nuclear Structure (W. Benjamin Incorp., New York, 1969)
- 17 A. de-Shalit und I. Talmi, Nuclear Shell Theory (Academic Press, New York und London, 1963)
- 18 J. M. Eisenberg und W. Greiner, Nuclear Theory, Vol. 1, 3, (North-Holland Publishing Company, Amsterdam - London, 1970)
- 19 K. Heyde und P. J. Brussard, Nucl. Phys. A104, 81 (1967)
- 20 J. P. Davidson, Collective Models of the Nucleus (Academic Press, New York, 1968)
- 21 G. J. Mathews, F. M. Bernthal, J. D. Immele, Preprint Michigan State University Cyclotron Laboratory, MSUCL 128 (1974)
- 22 S. T. Belyaev, Kgl. Danske Videns. Selsk. Mat. Fys. Medd. 31, 11 (1959)
- 23 S. A. Hjorth, A. Johnson und G. Ehrling, Nucl. Phys. A181, 193 (1972)

- G. Lovhoiden et al., Nucl. Phys. A148, 657 (1970)
S. A. Hjorth et al., Nucl. Phys. A144, 513 (1970)
- 24 P. Ring, H. Mang und B. Banerjee, Nucl. Phys. A225,
141 (1974)
- 25 S. André, J. Boutet, J. Rivier, J. Treherne, J.
Jastrebski, J. Lukasiak, Z. Sujkowski und C. Sébille-
Schück, Preprint Universität Grenoble, (1974)
- 26 C. Sébille-Schück et al., Nucl. Phys. A212, 45 (1973)
- 27 A. Johnson und Z. Szymanski, Physics Report 7, 181
(1973)
- 28 F. S. Stephens und R. S. Simon, Nucl. Phys. A183,
257 (1972)
- 29 B. R. Mottelson und J. G. Valatin, Phys. Rev. Lett.
5, 511 (1960)
- 30 G. P. Nowicki, J. Buschmann, A. Hanser, H. Rebel,
H. Faust, D. Habs, H. Klewe-Nebenius, K. Wisshak,
Preprint, KFZ Karlsruhe (1975)
- 31 R. Sedlmayr, M. Sedlmayr und W. Greiner, Nucl. Phys.
A 232, 465 (1974)
M. Sedlmayr, Dissertation, Universität Frankfurt/
Main, (1976)
- 32 U. Mosel und W. Greiner, Z. Physik 217, 256 (1968)
- 33 L. v. Bernus, Dissertation, Universität Frankfurt/
Main (1976)

- 34 M. Piiparinen, J. C. Cunnane, P. J. Daly, C. L. Dors,
F. M. Bernthal, T. L. Khoo, Phys. Rev. Lett. 34,
1110 (1975)

- 35 L. v. Bernus, U. Schneider und W. Greiner, Lett.
Nuovo Cim. 6, 527 (1973)

- 36 J. J. Sakurai, Invariance Principles and Elementary
Particles (Princeton University Press, Princeton,
1964)

- 37 E. Chacon, M. Moshinsky und R. T. Sharp, J. Math.
Phys. 17, 668 (1976)

- 38 Abou-El-Nagwa, Dissertation, Universität Frankfurt/
Main (1976)

FIGURENBESCHREIBUNG

- Fig. 1: Die β, γ - Ebene
- Fig. 2: Potentialenergieflächen, Schnitte durch die PES bei gewissen γ - Werten, für einen sphärischen, einen prolat, einen triaxial und einen oblat deformierten Kern.
- Fig. 3: Schematische Zeichnung zur Verdeutlichung der Teilchen- (Fig. 3a) - und der Lochanregung (3b). Die verschiedenartige Messung der Anregungsenergien sowie die Unterschiede in den Besetzungsmöglichkeiten werden deutlich.
- Fig. 4: Hauptachsenbezeichnung, wie sie bei Meyer-ter-Vehn⁶ benutzt wird, sowie die Winkel, die ein Vektor $\hat{r}$ gegenüber der intrinsischen $\hat{z}$ -Achse hat.
- Fig. 5: Strong-Coupling-Schema: Z ist die Rotationsachse im Laborsystem, Z' im intrinsischen System, $\vec{I}$ ist der Vektor des Gesamtdrehimpulses, der sich zusammensetzt aus dem Teilchendrehimpuls $\vec{j}$ und dem Drehimpuls $\vec{R}$ des starren Rotators. Ω ist die Projektion von $\vec{j}$ auf die intrinsische Z'-Achse, K ist die Projektion von $\vec{I}$ auf die intrinsische Z'-, M auf die Labor-Z-Achse.¹⁰
- Fig. 6: Anregungsspektren von ug-Kernen, deren Rümpfe durch Potentiale dargestellt werden, die einen allmählichen Übergang zwischen anharmonischen Vibratoren und starren Rotatoren vor Augen führen. Man beachte die allmähliche Ausbildung der Rotationsbanden (dicke Linien).
- Fig. 7: PES von ^{114}Cd sowie Anregungsspektren von ^{115}Cd für eine Kopplungsstärke von $\alpha = 0$ (keine Kopp-

lung) bis $\alpha = 1$ (volle Kopplungsstärke). Man erkennt, daß $\alpha = 0,75$ und $\alpha = 1$ stark deformierte Kernformen vorspiegeln, obwohl dies nicht auf Grund der PES gerechtfertigt ist. ³⁵

- Fig. 8: Experimentelles Spektrum des Kernes ^{187}Ir aus ²⁵
- Fig. 9: Experimentelles Spektrum des Kernes ^{189}Ir aus ²⁵
- Fig. 10: Nilssonschema in der $N = 4$ und $N = 5$ Schale aus Ref. ²⁰. Die gewellte Linie soll die Fermikante $Z = 76$ für Os andeuten.
- Fig. 11: PES von ^{186}Os sowie experimentelle Spektren und Fits von Sedlmayr ³¹.
- Fig. 12: PES von ^{188}Os sowie experimentelle Spektren und Fits von Sedlmayr ³¹.
- Fig. 13: $h\ 9/2^-$ - Bande in ^{187}Ir
- a) Spektrum von ^{186}Os
 - b) Experimentelles Spektrum der $h\ 9/2^-$ - Bande ²⁵ in ^{187}Ir
 - c) Spektrum, wenn nur der $h\ 9/2^-$ - Zustand an den ^{186}Os - Core gekoppelt wird.
 - d) Spektrum, wenn alle Zustände oberhalb der Fermikante angekoppelt werden.
 - e) Spektrum, wenn der Einteilchenzustand $f\ 7/2^-$ um $0,1\ \hbar\omega$ abgesenkt wird.
 - f) Es werden statt 10 Zuständen in ^{186}Os , 15 Zustände (gestrichelte Linien: 17) angekoppelt.
- Fig. 14: $h\ 9/2^-$ - Bande in ^{189}Ir
- a) Spektrum von ^{188}Os
 - b) Experimentelles Spektrum der $h\ 9/2^-$ - Bande in ^{189}Ir
 - c) Theoretisches Spektrum, wenn alle Zustände oberhalb der Fermikante mitgenommen werden und der $f\ 7/2^-$ - Zustand der $N = 5$ - Schale um $0,1\ \hbar\omega$ abgesenkt ist.

Fig. 15: Experimentelles Spektrum der $h\ 11/2^-$ - Bande in ^{187}Ir sowie theoretische Fits, die mit Hilfe der Kopplung eines $h\ 11/2^-$ - Loches in der $N = 5$ - Schale an einen ^{188}Pt - Rumpf erzielt wurden.

Fig. 16: Experimentelles und theoretisches Spektrum der $h\ 11/2^-$ - Bande in ^{189}Ir , erhalten durch Ankopplung eines $h\ 11/2^-$ - Loches an einen ^{190}Pt -Rumpf.

Fig. 17: Zustände positiver Parität in ^{187}Ir
 a) Experimentelles Spektrum
 b) Es sind alle Zustände unterhalb der Fermikante in die theoretischen Rechnungen einbezogen worden (Rumpf ^{188}Pt).

Fig. 18: Zustände positiver Parität in ^{189}Ir
 a) Experimentelles Spektrum
 b) Es ist nur ein Loch im $d\ 3/2^+$ - Zustand der $N = 4$ - Schale im ^{190}Pt - Rumpf angekoppelt.
 c) Alle Zustände unterhalb der Fermikante werden in die Rechnungen einbezogen (der $f\ 5/2^+$ - Zustand ist um $0,2\hbar\omega$, der $f\ 7/2^+$ - Zustand um $0,1\hbar\omega$ nach oben verschoben).

Fig. 19: Experimentelle Spektren aus Ref. ³⁴ der $13/2^+$ - Zustände der ug-Kerne ^{187}Pt - ^{193}Pt im Vergleich zu den Grundbanden der gg-Kerne ^{186}Pt - ^{194}Pt .

Fig. 20: a) PES von ^{188}Pt
 b) PES von ^{190}Pt
 c) PES von ^{192}Pt } aus Ref. ³¹

Fig. 21: Nilssonschema in der $N = 5$ und 6 - Schale mit Andeutung der Fermikante in den Pt - Isotopen. Ref. ²⁰

Fig. 22: i $13/2^+$ - Bande in ^{189}Pt
 a) Spektrum von ^{188}Pt von Sedlmayr ³¹
 b) Theoretisches Spektrum von ^{189}Pt als Kopplung eines ^{188}Pt - Cores mit allen Zuständen oberhalb der Fermikante von Fig. 21

- c) Experimentelles Spektrum der $i\ 13/2^+$ -
Bande in ^{189}Pt .

Fig. 23: $i\ 13/2^+$ - Bande in ^{191}Pt

- a) Spektrum von ^{190}Pt nach Sedlmayr ³¹
b) Theoretisches Spektrum von ^{190}Pt als Kopp-
lung der in Fig. 24 gezeigten PES mit allen
Zuständen oberhalb der Fermikante in Fig. 21
c) Experimentelles Spektrum der $i\ 13/2^+$ - Bande
in ^{191}Pt .

Fig. 24: Um die $\gamma = 30^\circ$ - Achse gespiegelte PES aus Fig.
20b. Das Spektrum ist dem in Fig. 23a gleich.

Fig. 25: $i\ 13/2^+$ - Bande in ^{193}Pt

- a) Spektrum von ^{192}Pt von Sedlmayr ³¹
b) Theoretisches Spektrum von ^{193}Pt als Kopplung
eines ^{192}Pt - Cores mit allen Zuständen ober-
halb der Fermikante in Fig. 21.
c) Experimentelles Spektrum der $i\ 13/2^+$ - Bande
in ^{193}Pt .

Fig. 26: Schematisches Bild der variablen Fermikante in
Abhängigkeit von β bei einem festen γ -Wert.
Fermikante λ_F ist gewellt gezeichnet. Alle Zustände
sind zweifach entartet. Die Bereichseinteilung ist
mit den Umklappunkten der Fermikante verbunden.

Fig. 27: Nilssonzustände in Abhängigkeit von γ bei festem
 $\beta = 0,2$ ($0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$). Bei $\gamma = 0^\circ$ sind die
Quantenzahlen $\{N, j, \Omega\}$, aus denen diese Zustände bei
 $\beta = 0$ entstanden sind, aufgezeichnet. (N = Haupt-
quantenzahl, j Drehimpuls, Ω Projektion auf die
intrinsische Z' - Achse).

Fig. 28: Gleiches Bild wie Figur 27 nur für $\beta = 0,3$

Fig. 29: Lösungen der Gleichung (86) für a) $j = 1,5$

- b) $j = 2,5$ c) $j = 3,5$ in Abhängigkeit von γ
($0^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$)

Fig. 30: Lösungen der Gleichung (86) für a) $j = 1$
b) $j = 2$ c) $j = 3$ in Abhängigkeit von γ
($0^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$).

Tabelle 1

$$\psi_{LnljI} = \sum_{Lnlj} C_{LnljI} [1sL\mu > \otimes |as>jm >]_M^I$$

$I = 9/2^-$

L	0_1^+	2_1^+	4_1^+	2_1^+
j	$9/2^-$	$9/2^-$	$9/2^-$	$5/2^-$
$ C_{LnljI} ^2$	0,4215	0,3292	0,1134	0,041

$I = 13/2^-$

L	2_1^+	4_1^+	2_1^+	3_1^+
j	$9/2^-$	$9/2^-$	$5/2^-$	$9/2^-$
$ C_{LnljI} ^2$	0,6603	0,2047	0,0409	0,0149

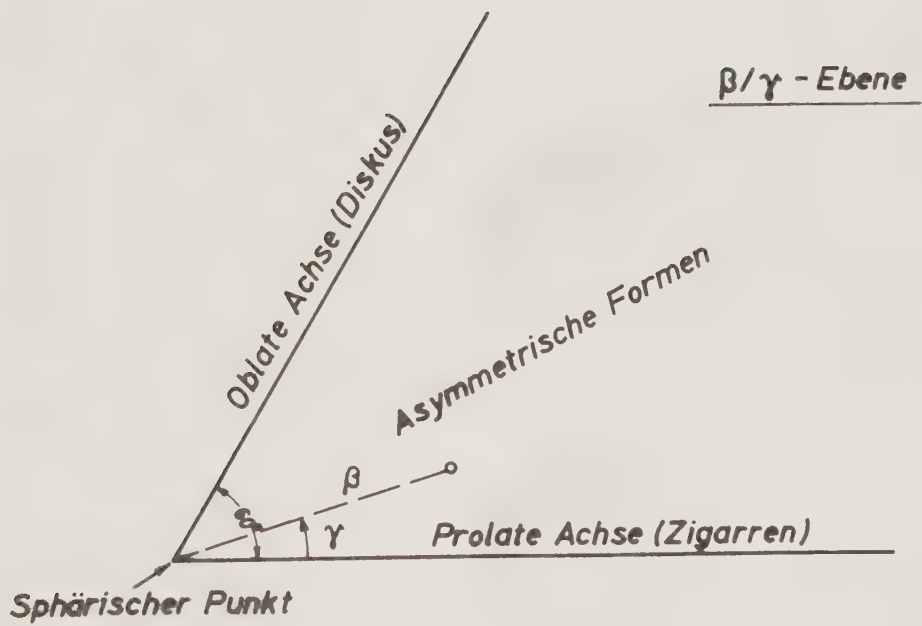
$I = 17/2^-$

L	4_1^+	6_1^+	4_2^+	2_1^+
j	$9/2^-$	$9/2^-$	$9/2^-$	$13/2^-$
$ C_{LnljI} ^2$	0,8022	0,1082	0,0217	0,0153

$I = 21/2^-$

L	6_1^+	4_1^+		
j	$9/2^-$	$13/2^-$		
$ C_{LnljI} ^2$	0,9371	0,0155		

Fig. 1



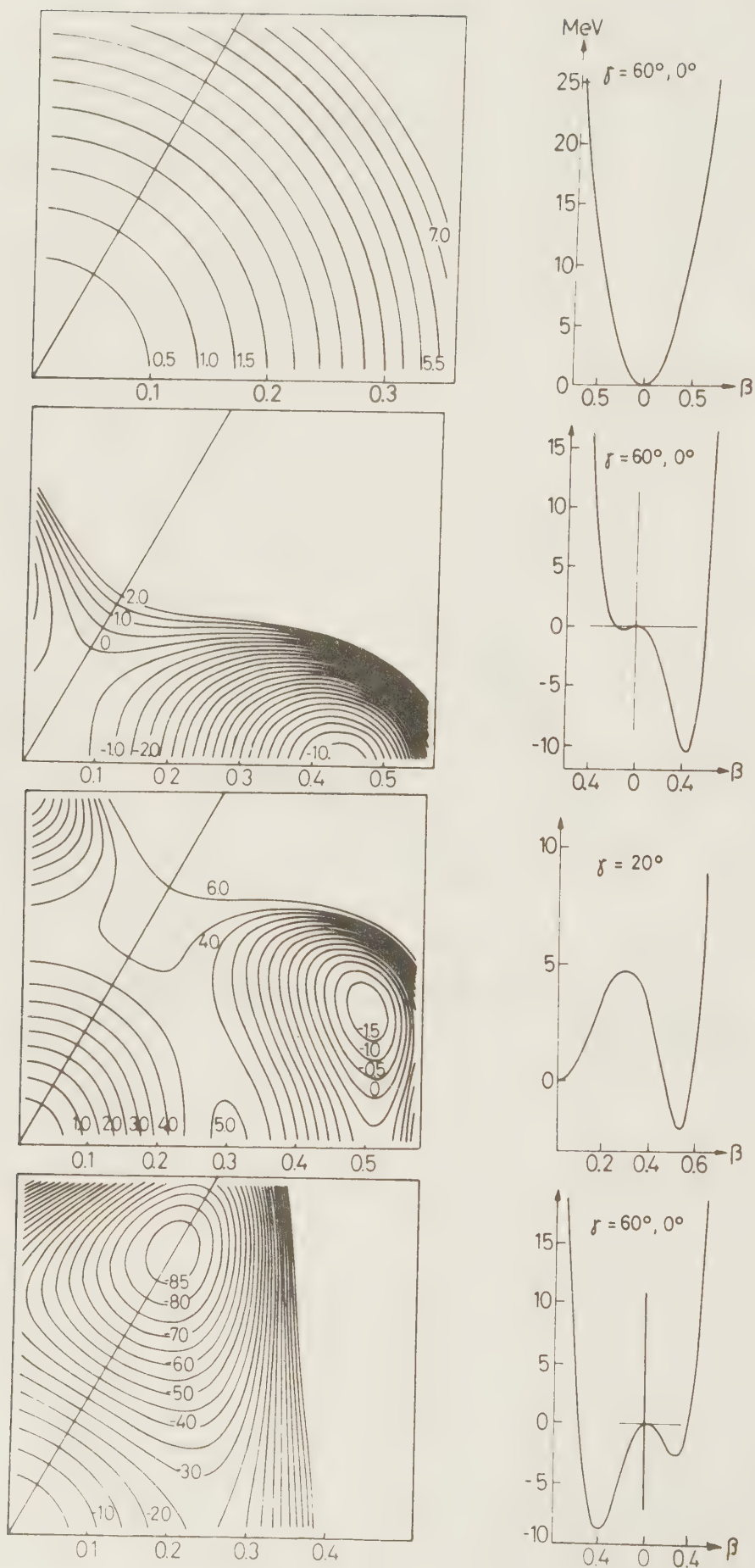


Fig. 2

Fig. 3a

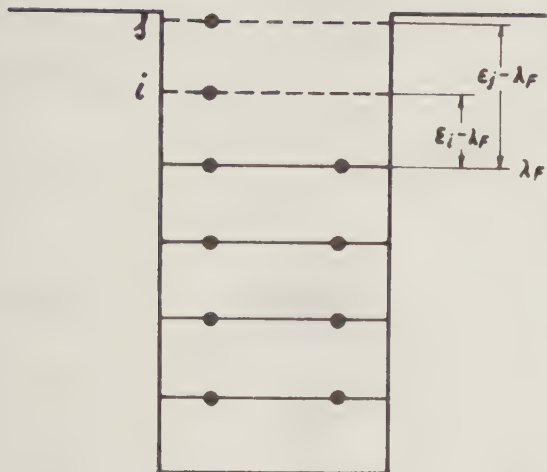


Fig. 3b

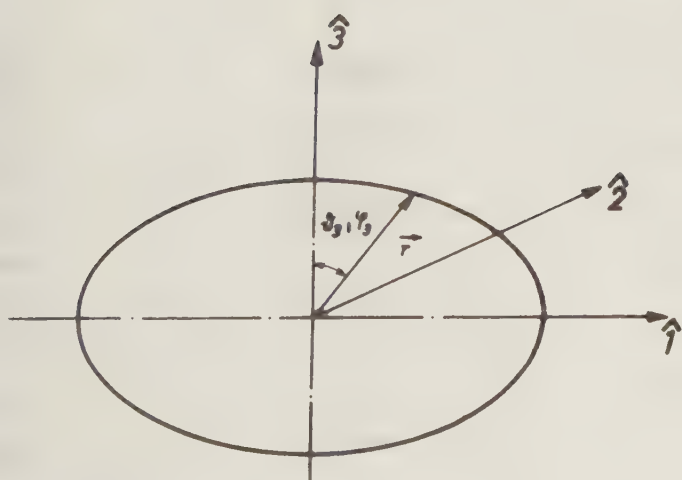
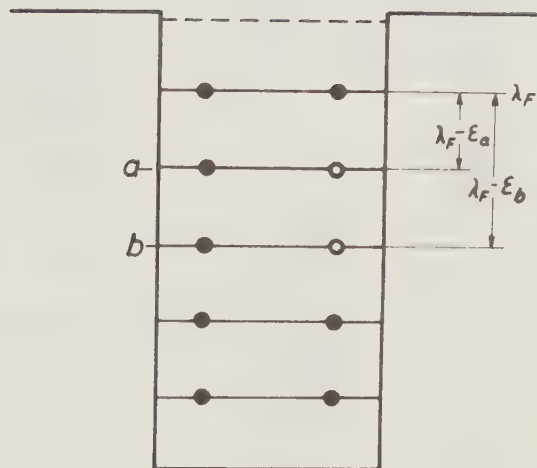


Fig. 4

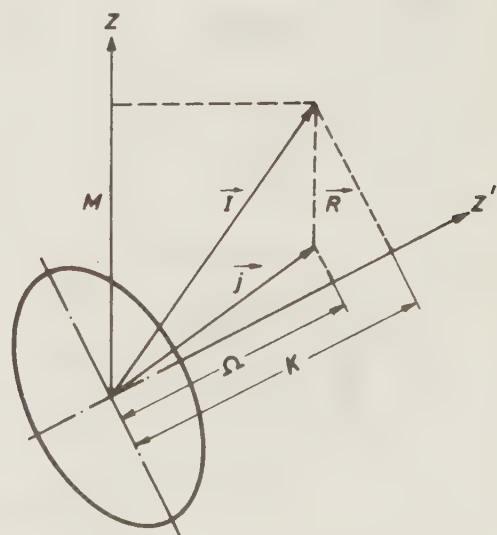
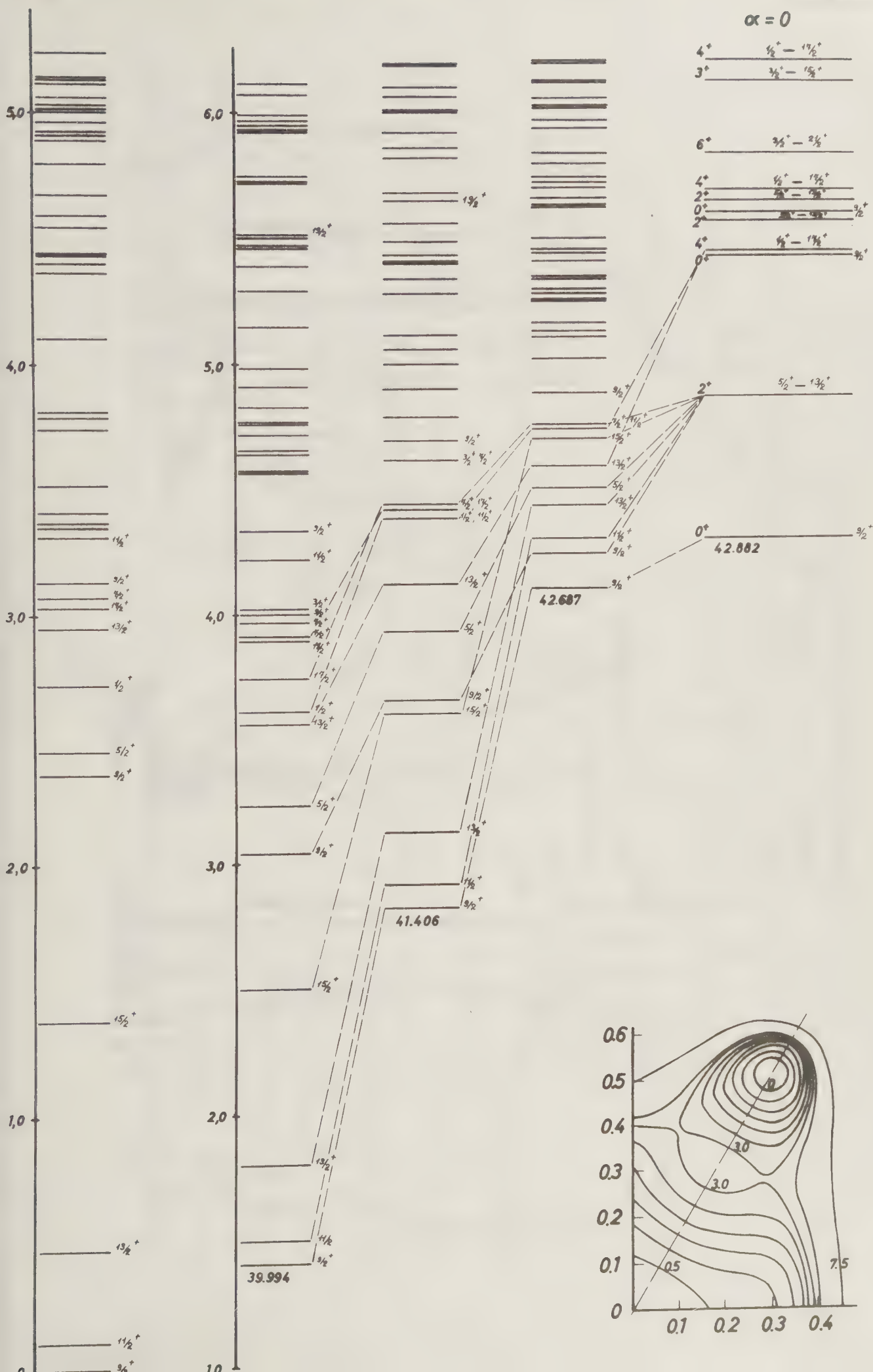
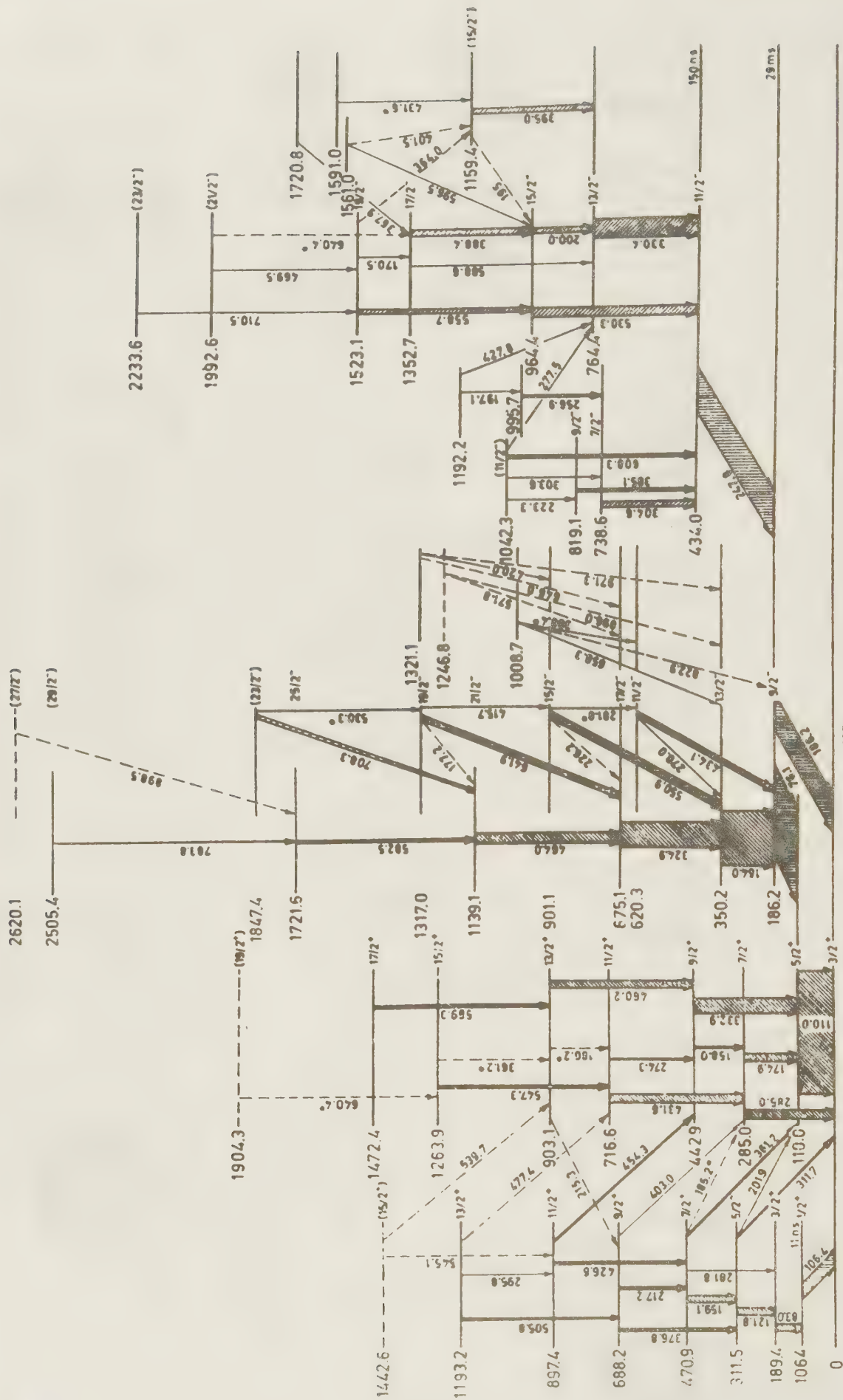


Fig. 5

Fig. 6



$\alpha = 1,0$ $\alpha = 0,75$ $\alpha = 0,50$ $\alpha = 0,25$ **Fig. 7** $\alpha = 0$ 



107
77
110

Fig.8

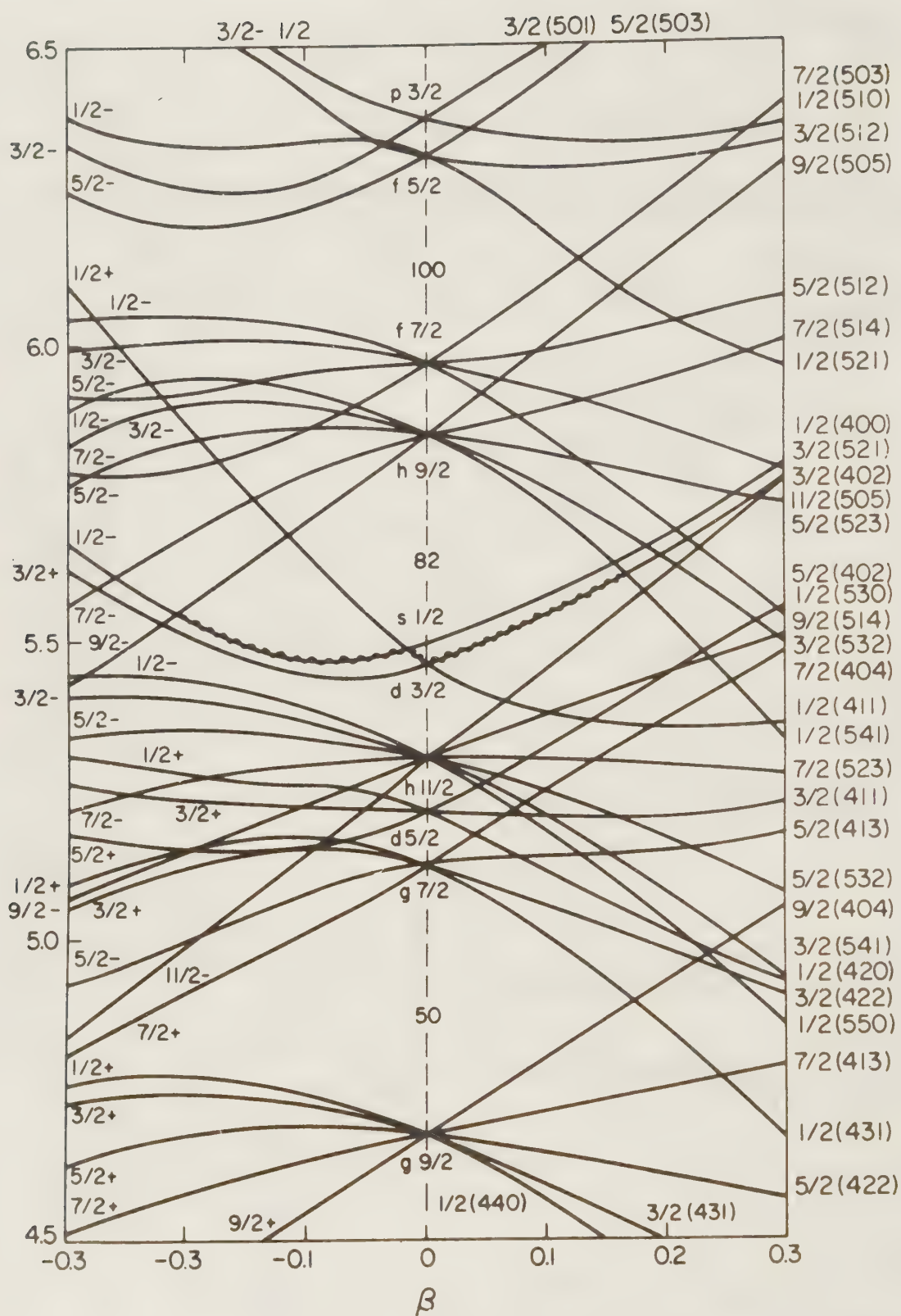


Fig.10

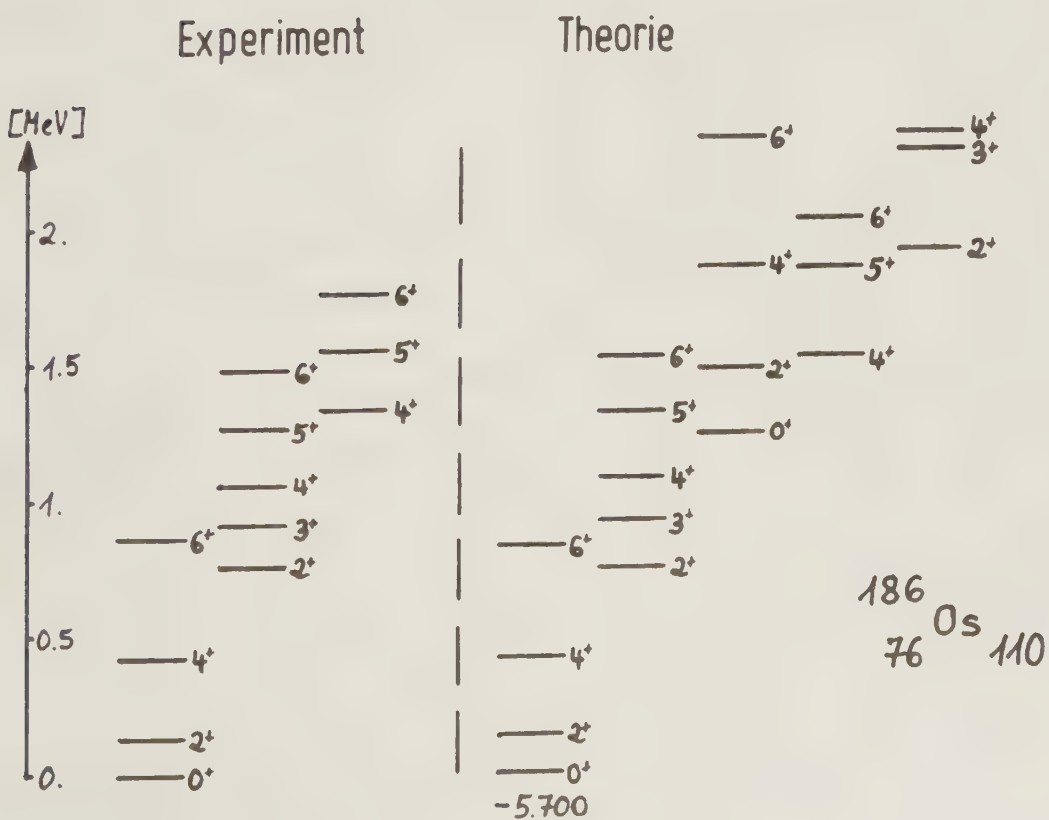
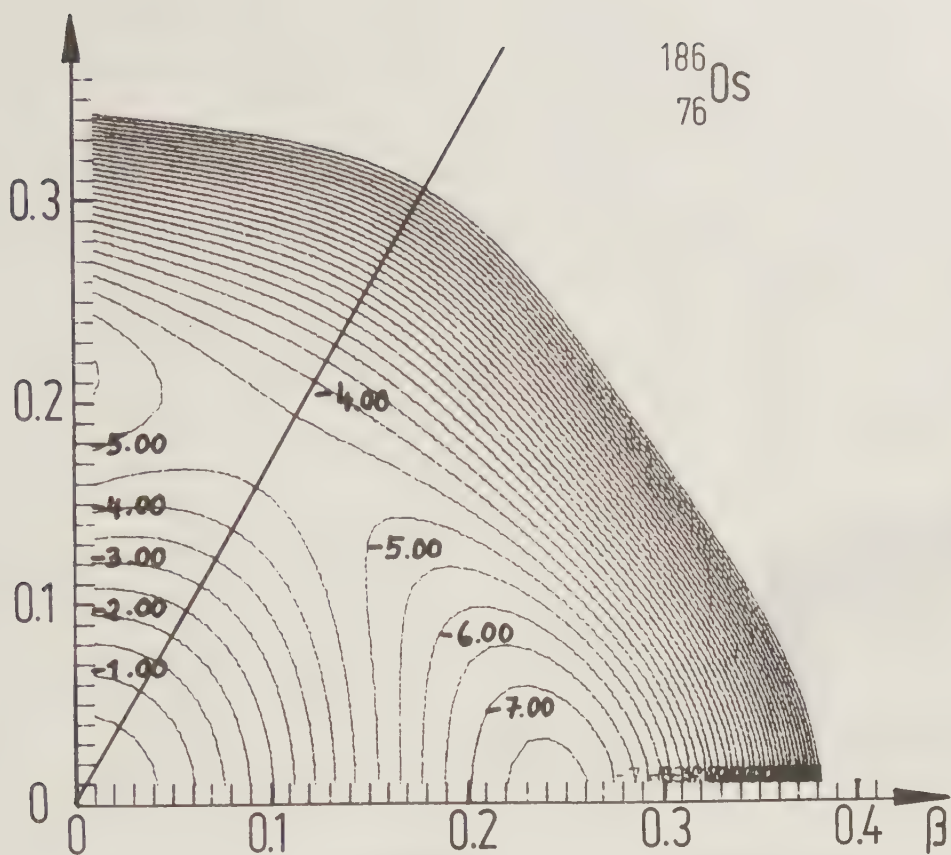
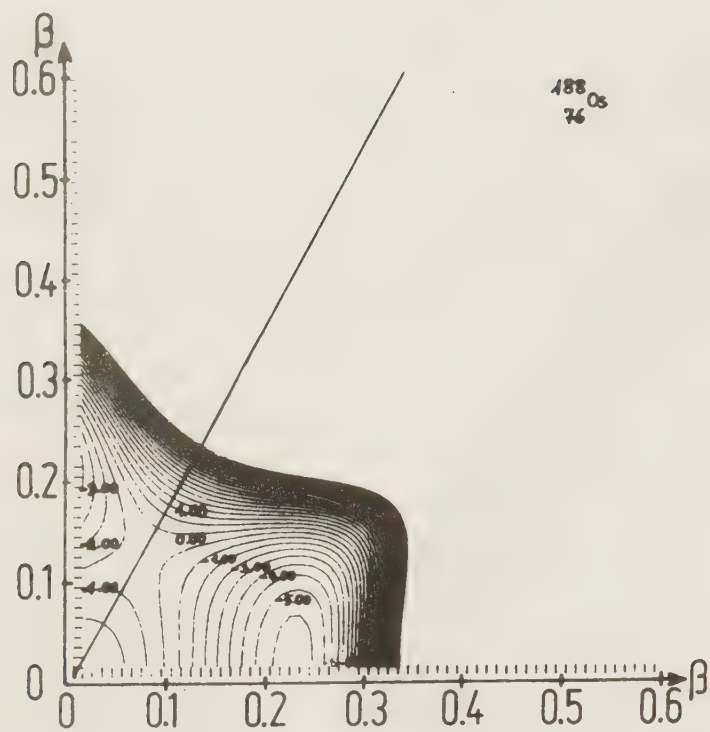


Fig. 11



Experiment

Theorie

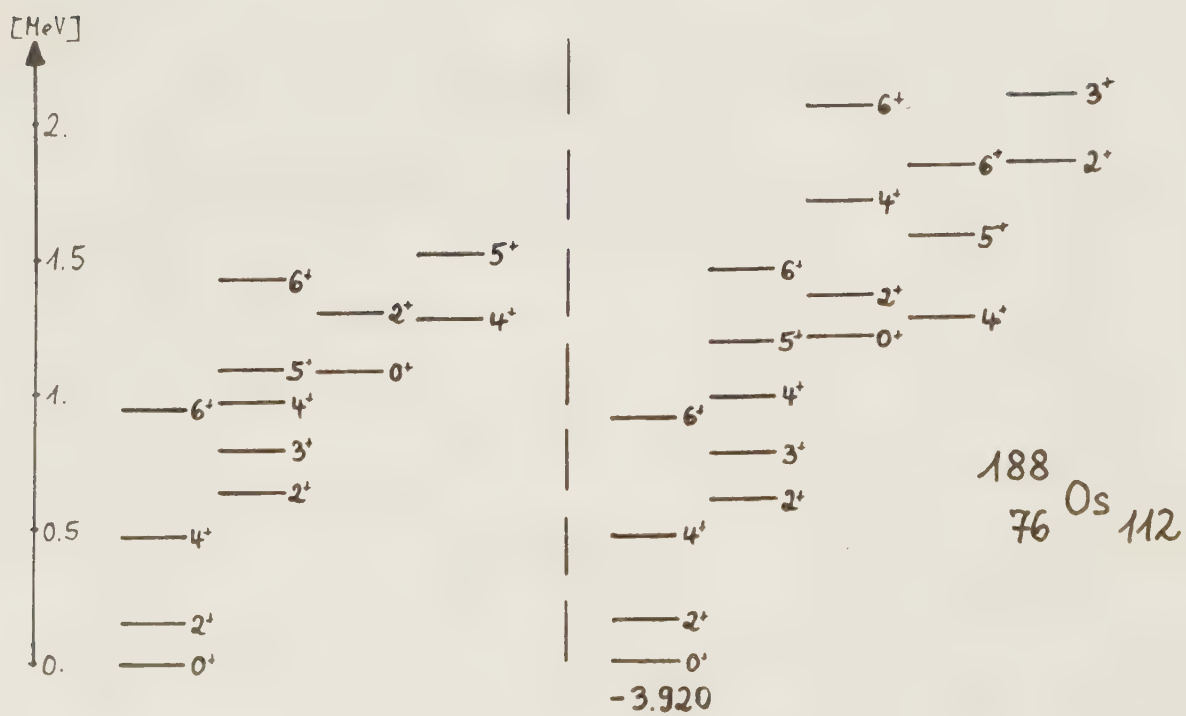
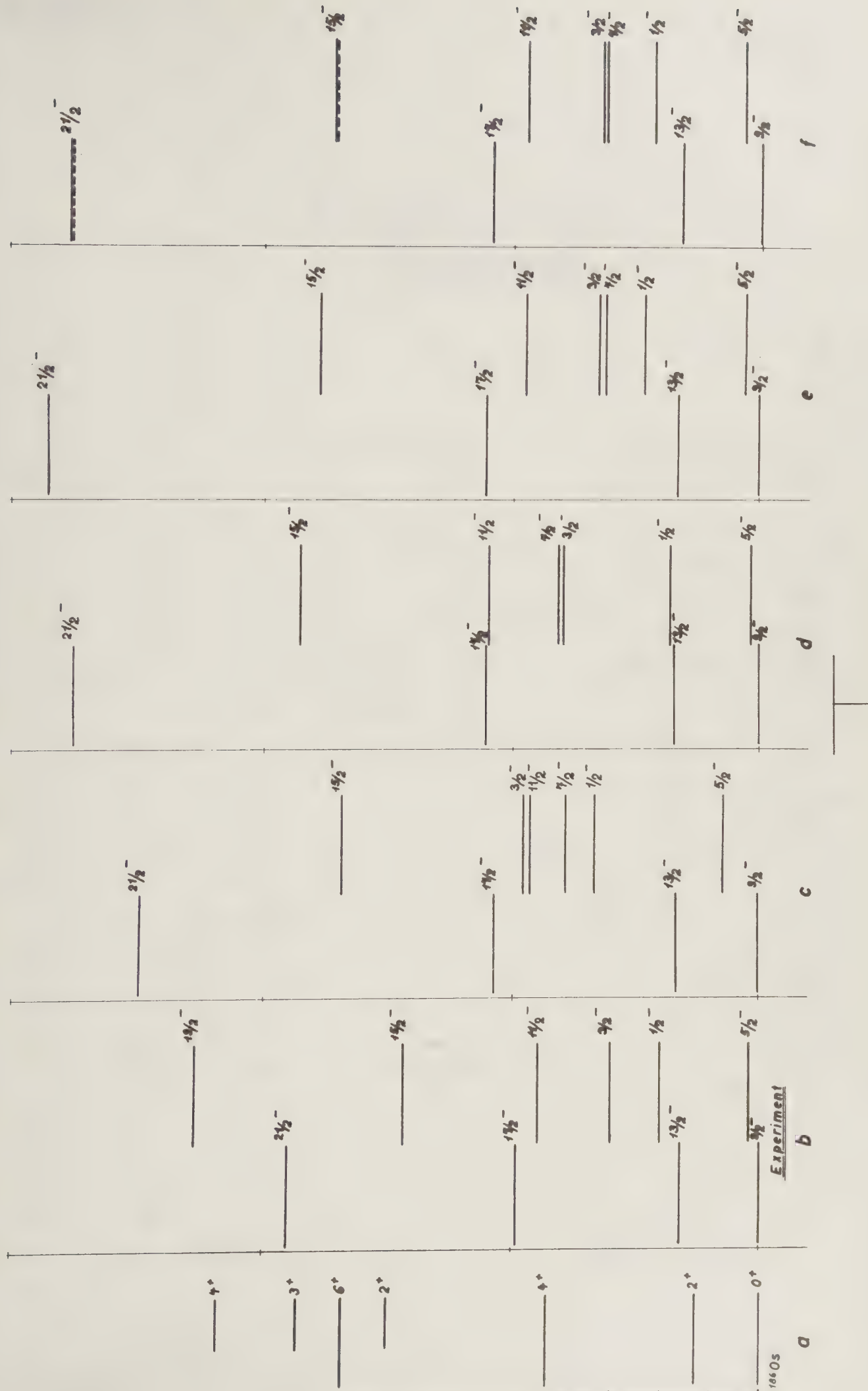


Fig.12

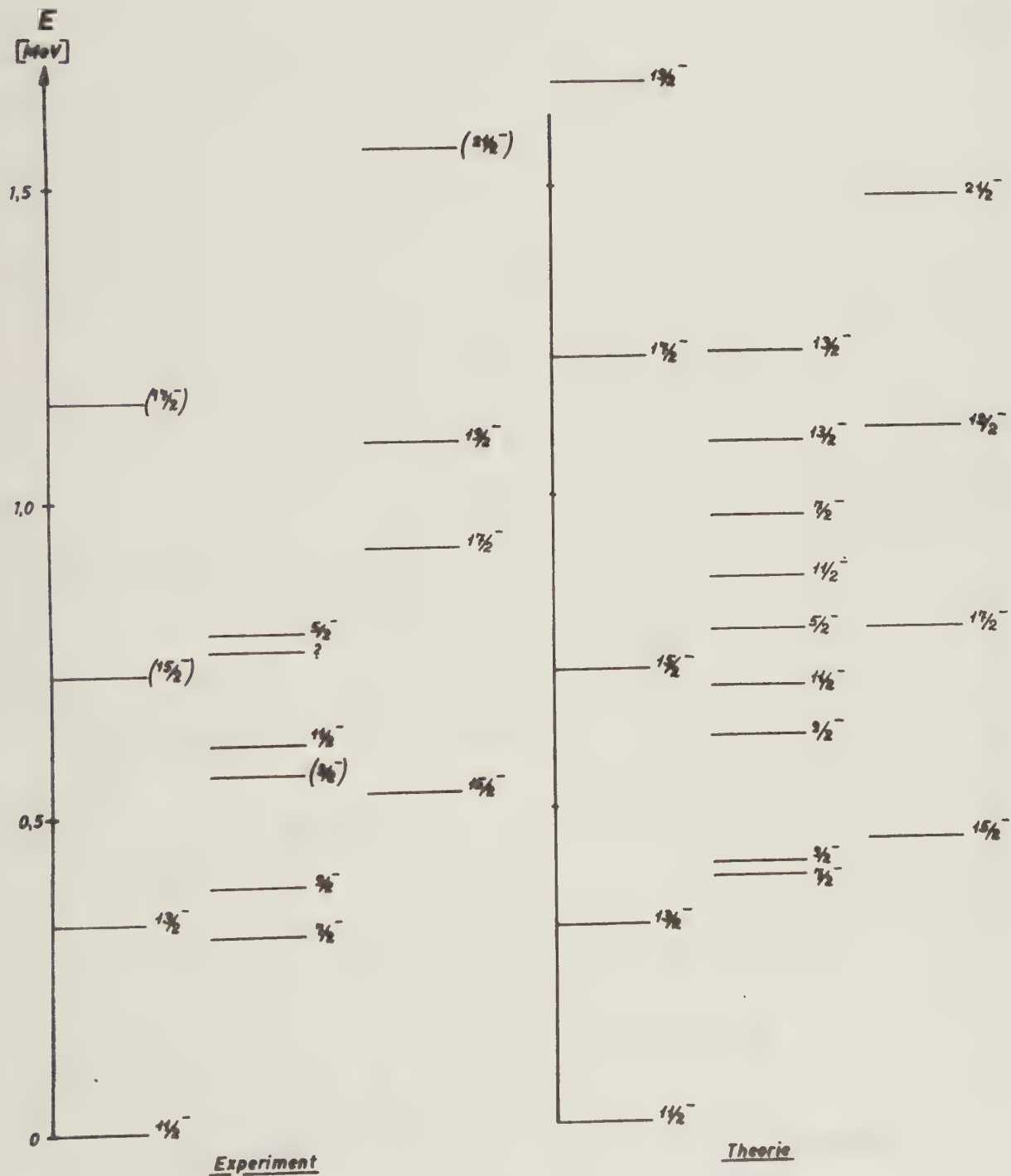


$h_{1/2}^-$ -Bande in $^{189}_{77}\text{Ir}_{112}$

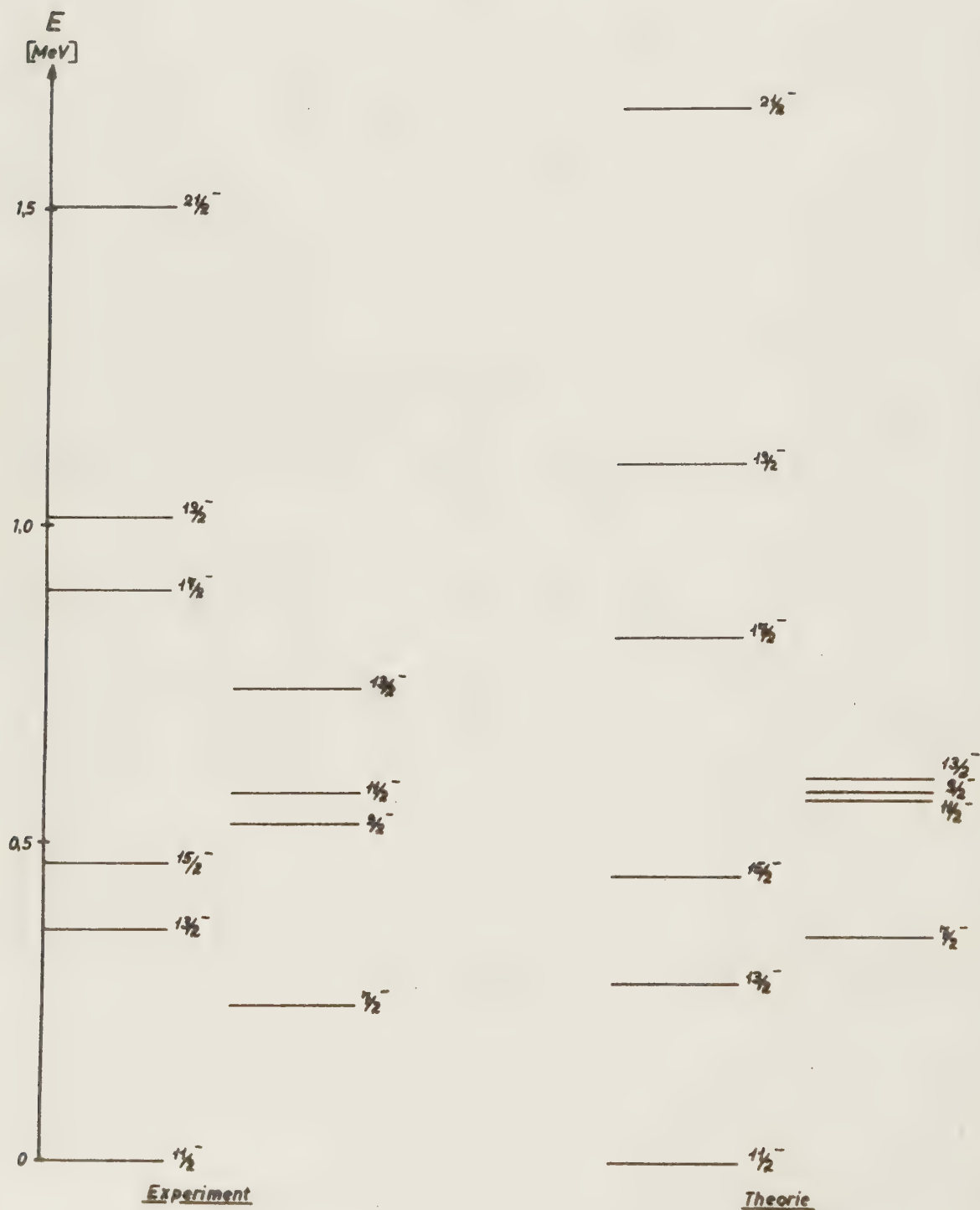


Fig. 15

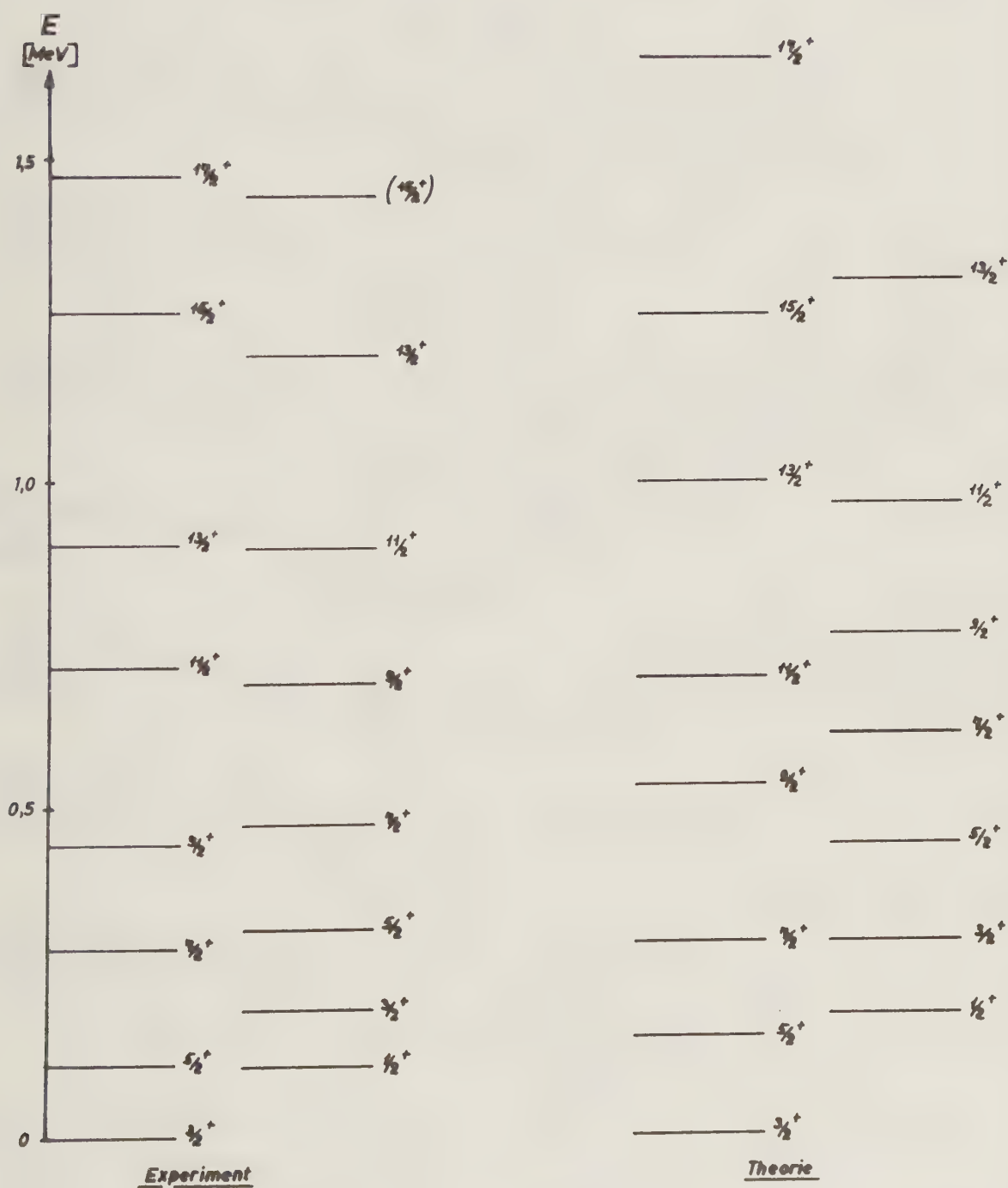
$h^{11/2^-}$ - Bande in $^{187}_{77}\text{Ir}_{110}$



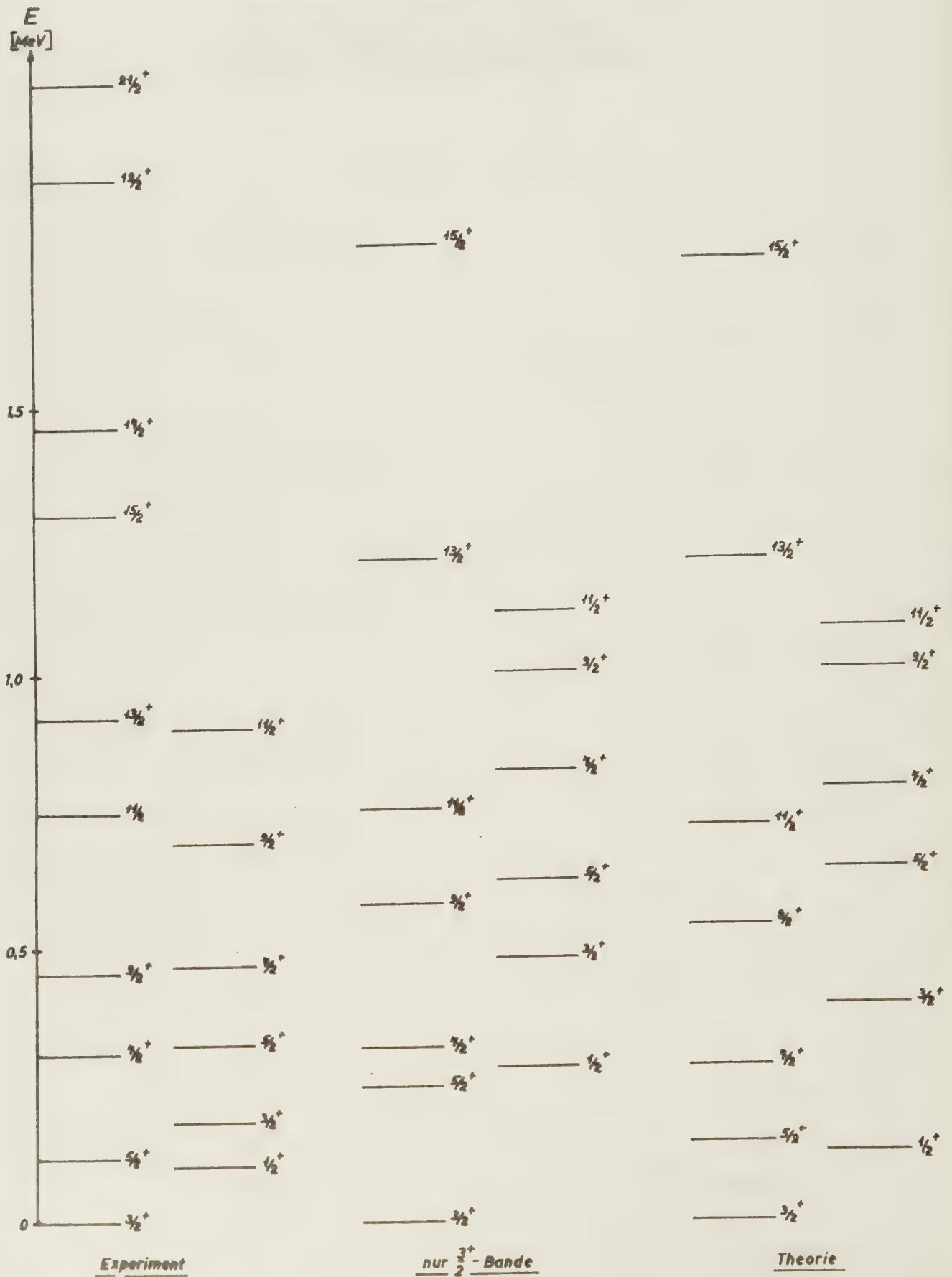
$h\frac{1}{2}^-$ - Loch in $^{190}_{78}\text{Pt} = ^{189}_{77}\text{Ir}_{112}$

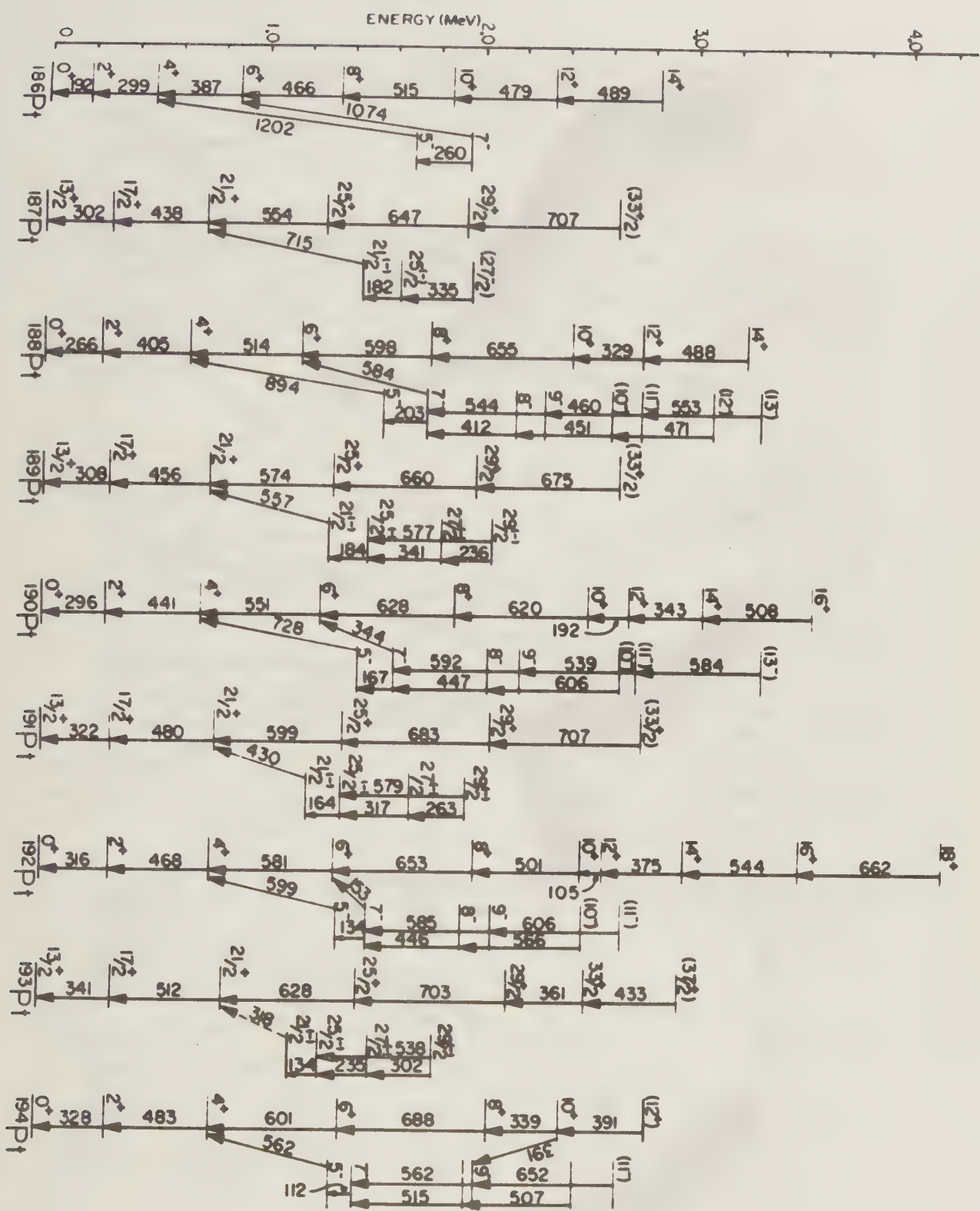


Banden positiver Parität in $^{187}_{77}\text{Ir}_{110}$



Banden positiver Parität in $^{189}_{77}\text{Ir}_{112}$





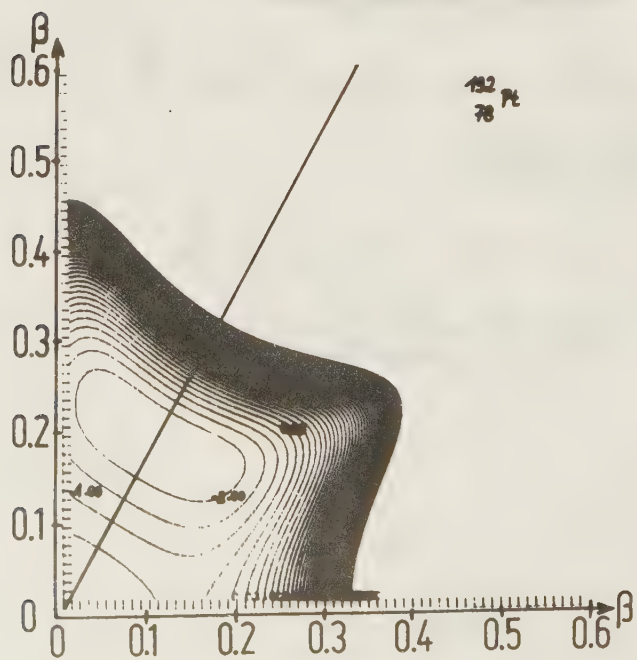
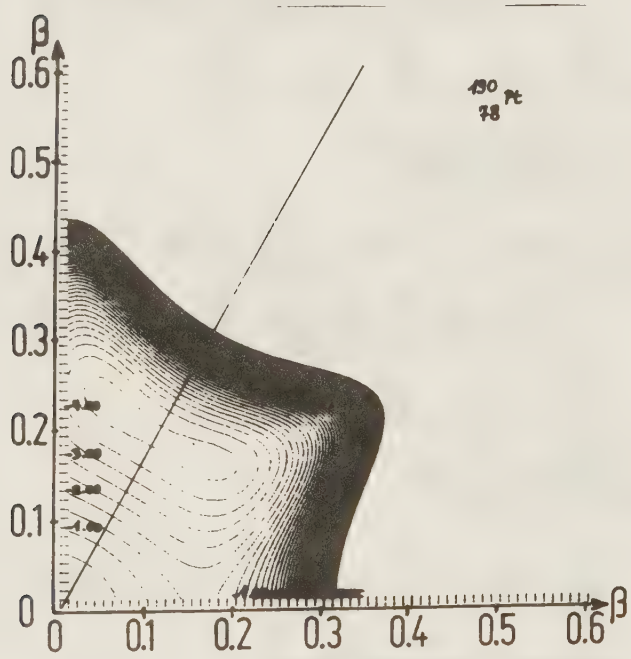
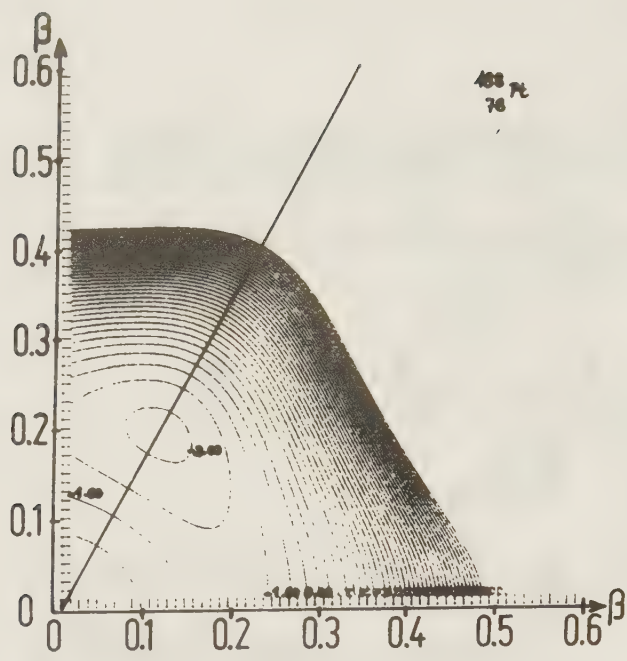


Fig.20

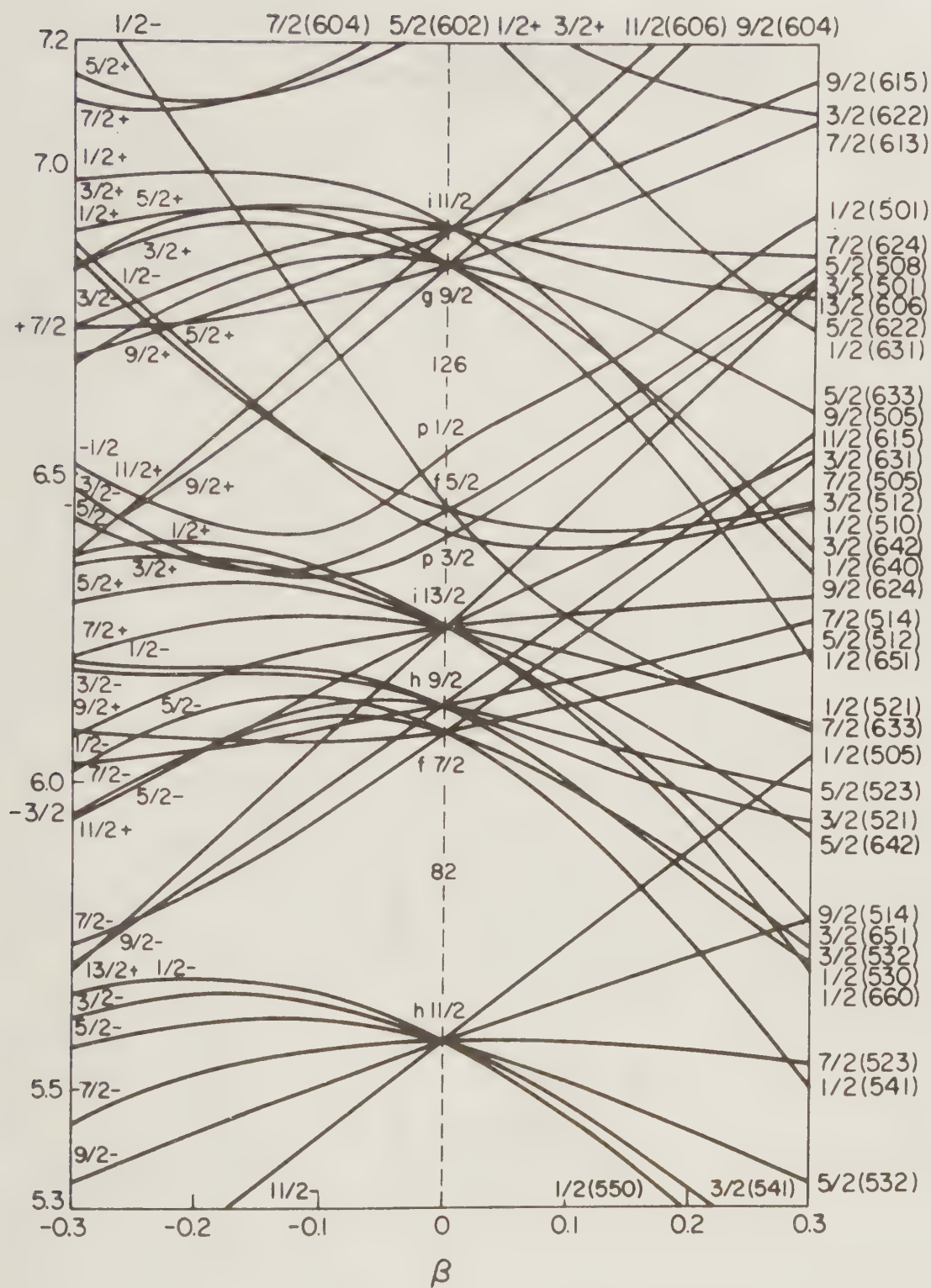


Fig. 21

$$\underline{\underline{{}^{189}_{78}\text{Pt} = {}^{188}_{78}\text{Pt} + i\,1\frac{1}{2}^+ \text{neutron}}}$$

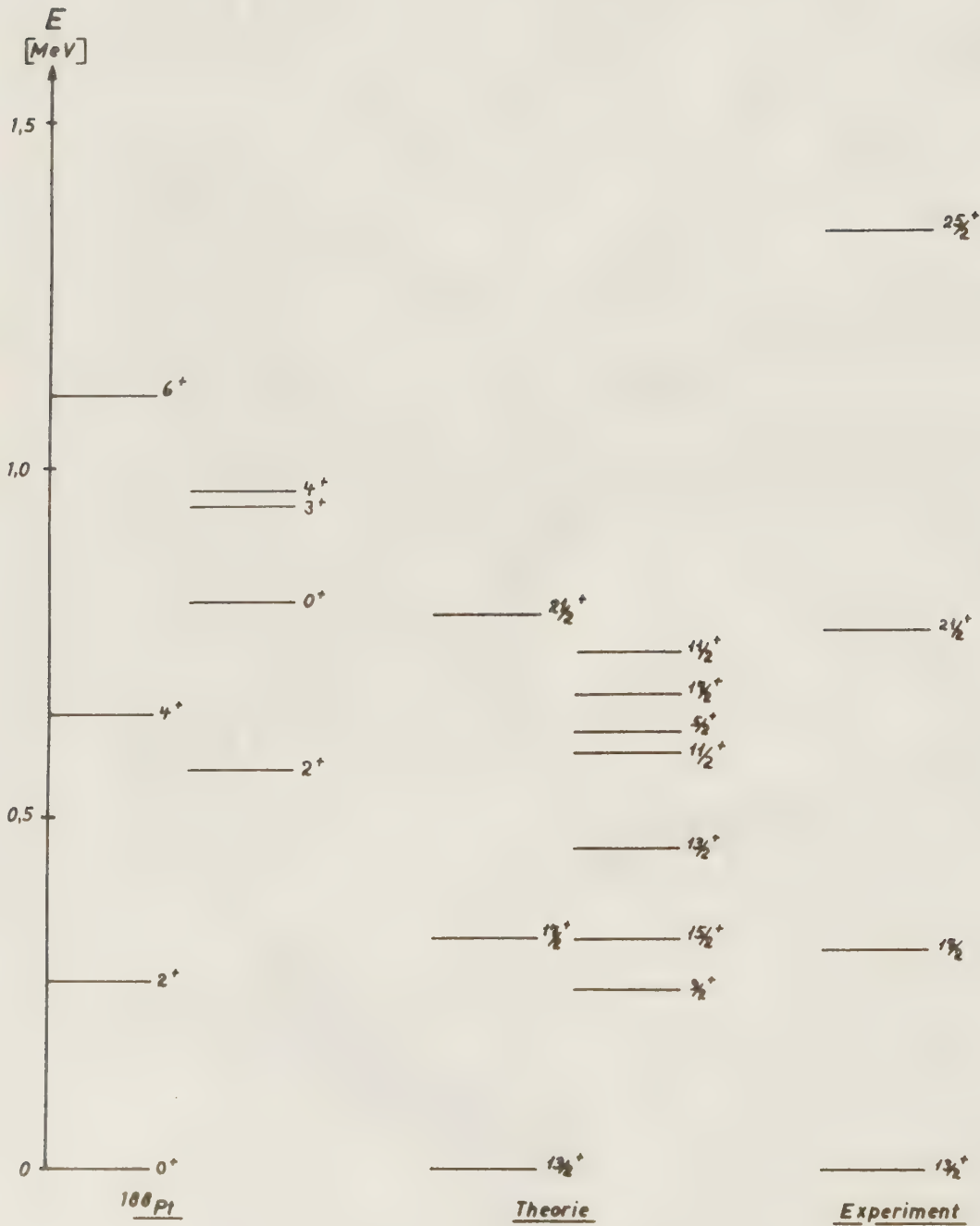
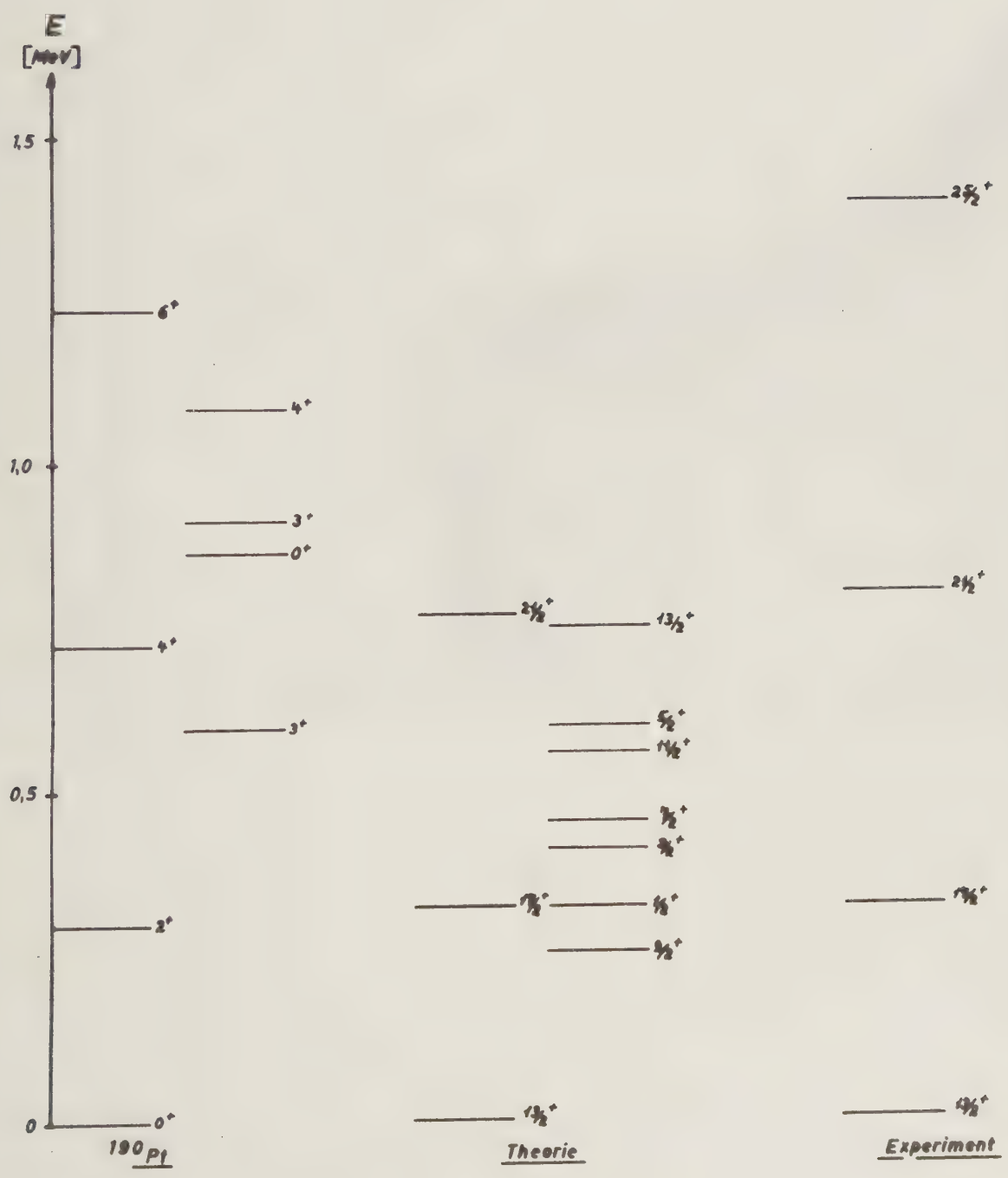


Fig. 23

$$\underline{{}^{191}_{78}\text{Pt} = {}^{190}_{78}\text{Pt} + i\,{}^{1}_{2}\text{neutron}}$$



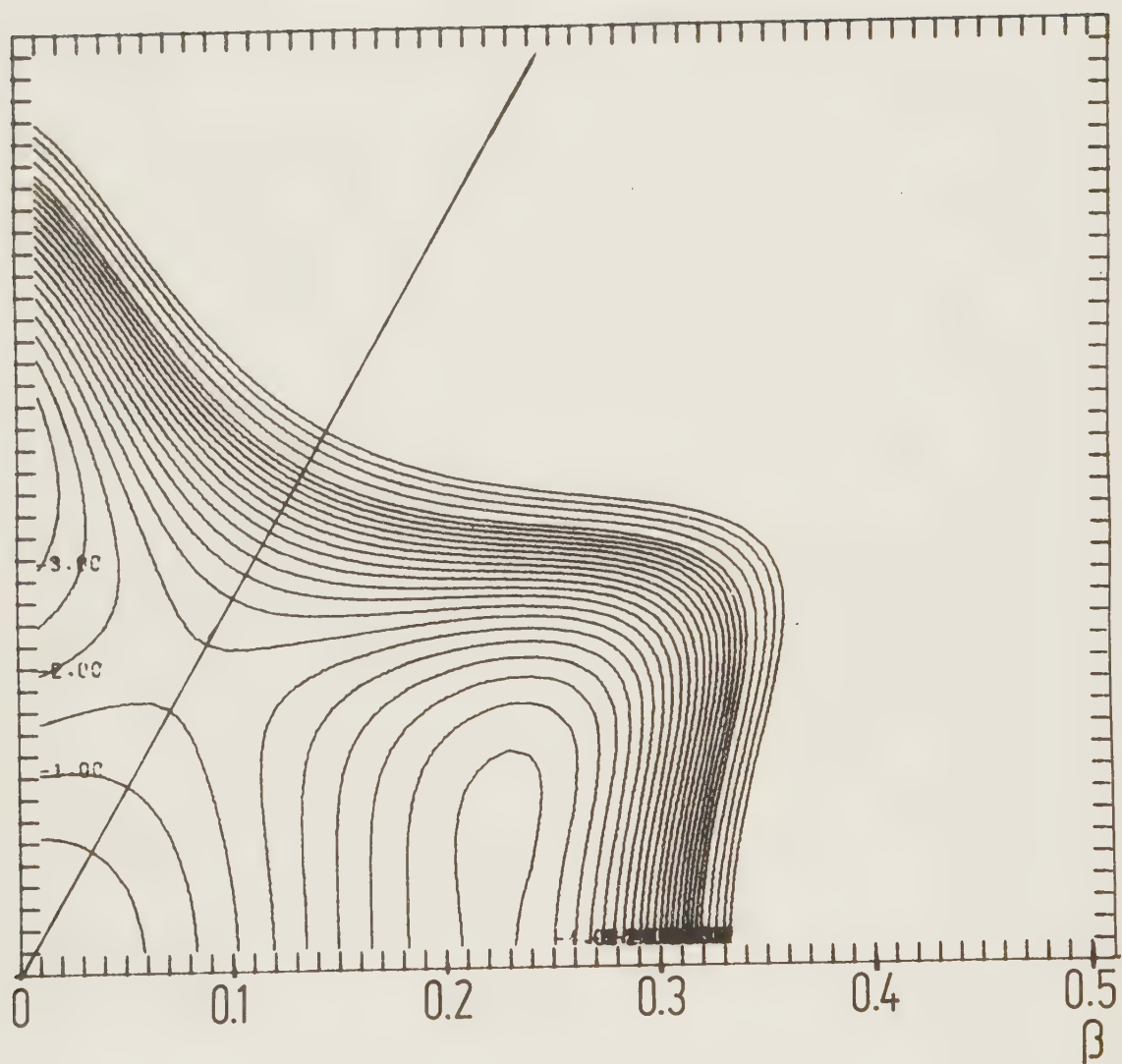
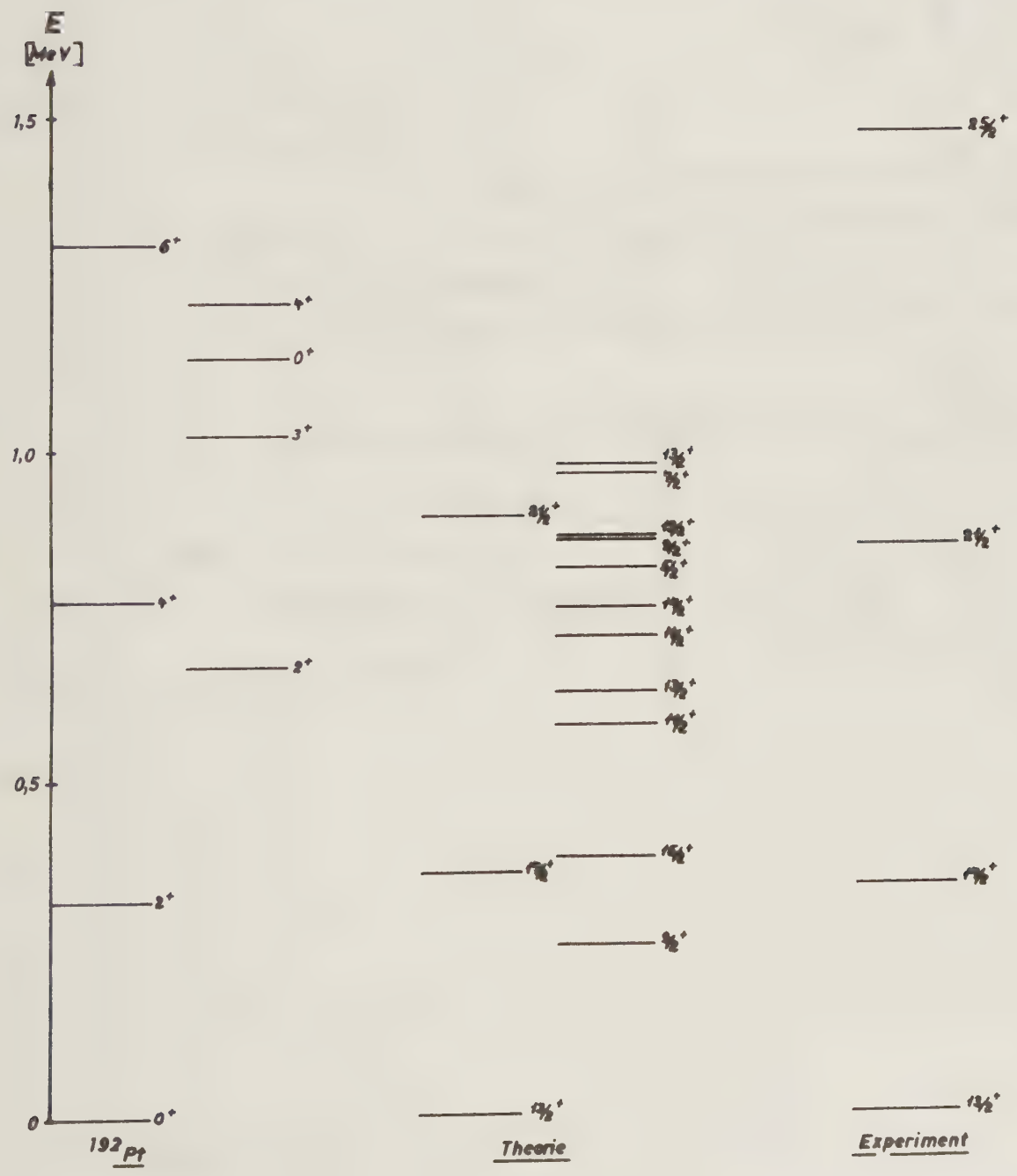


Fig. 24

Fig. 25

$$\underline{{}^{193}_{78}\text{Pt} = {}^{192}_{78}\text{Pt} + i\,{}^{13}_{2}\text{neutron}}$$



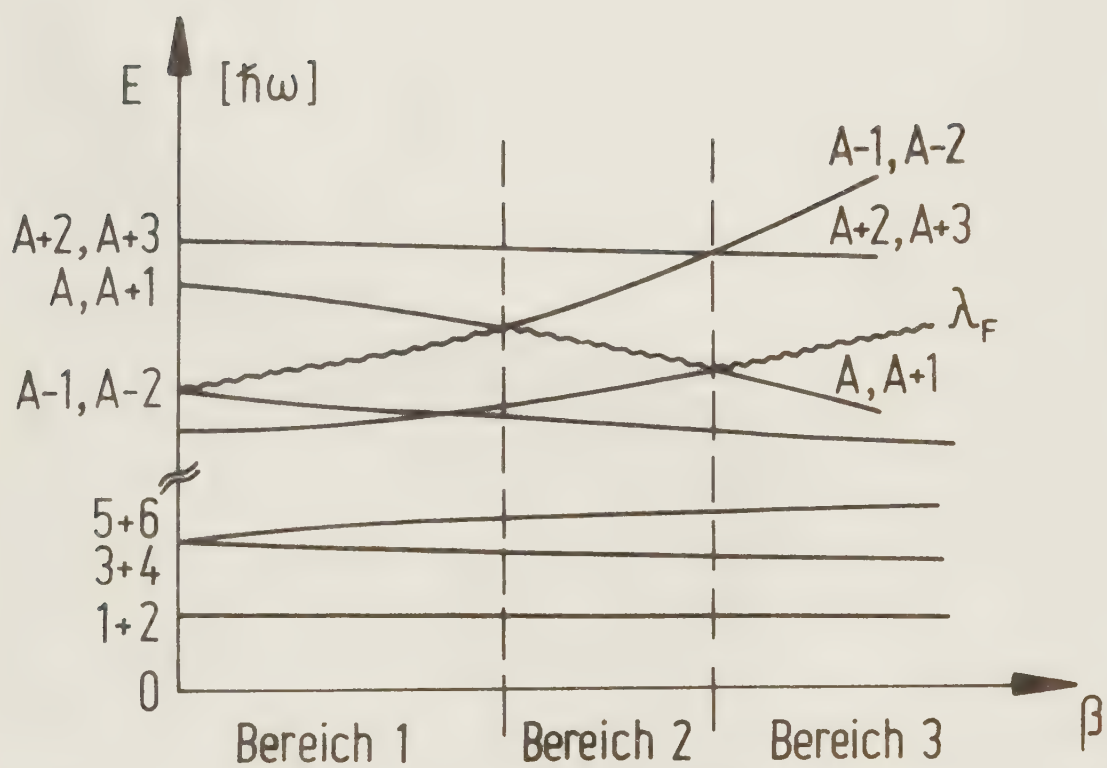
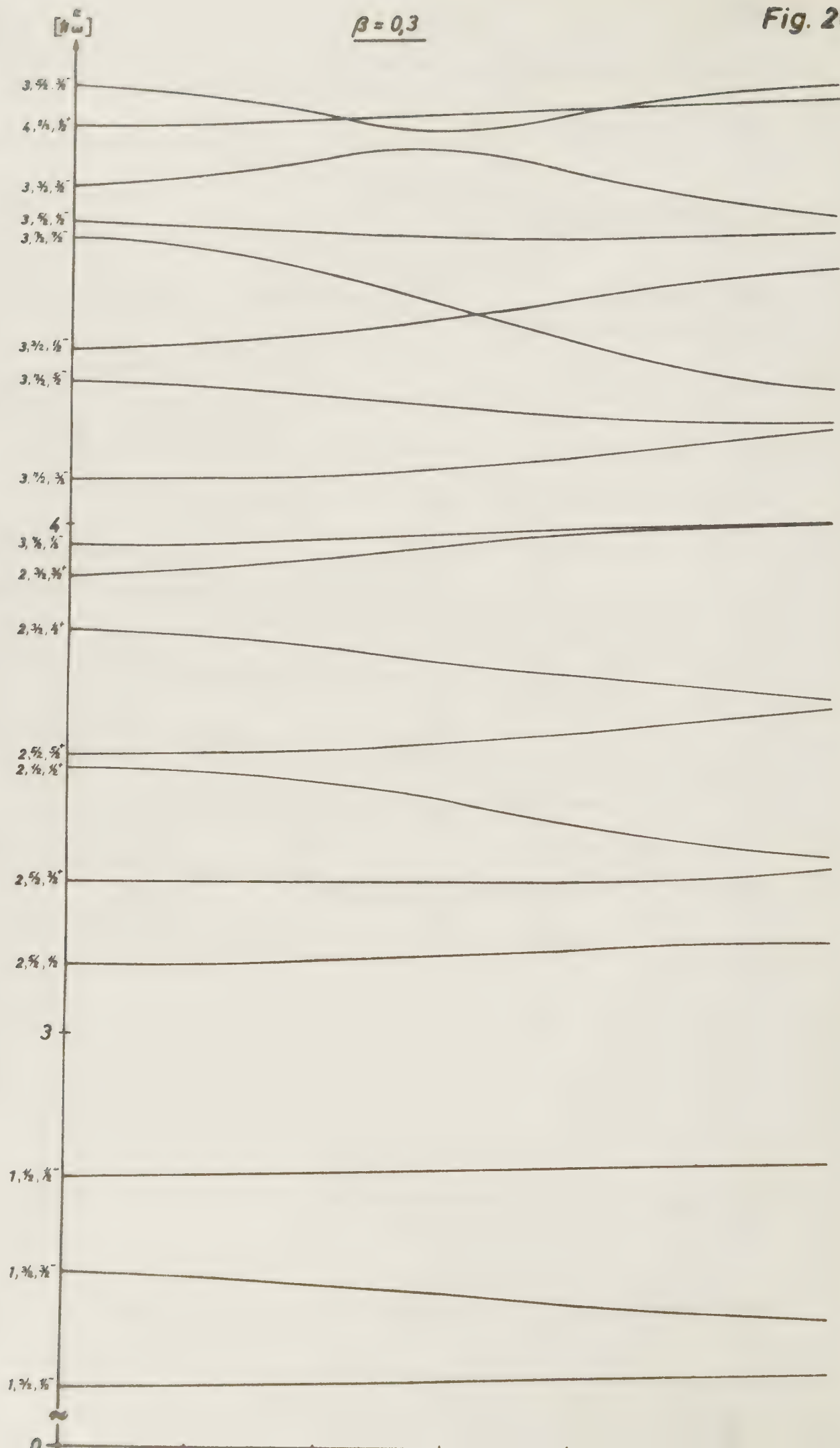


Fig.26



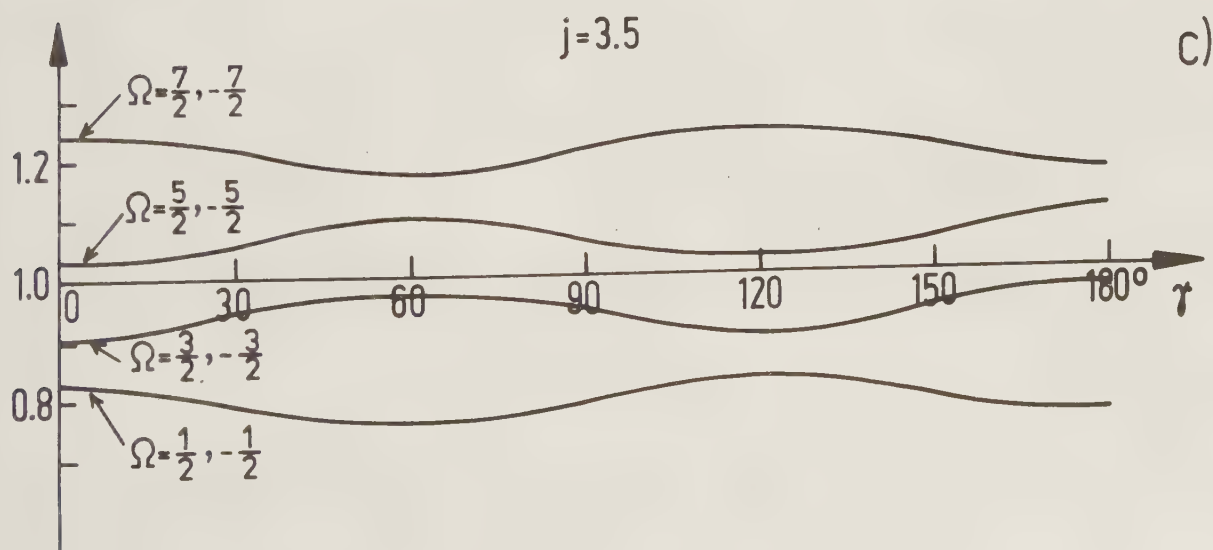
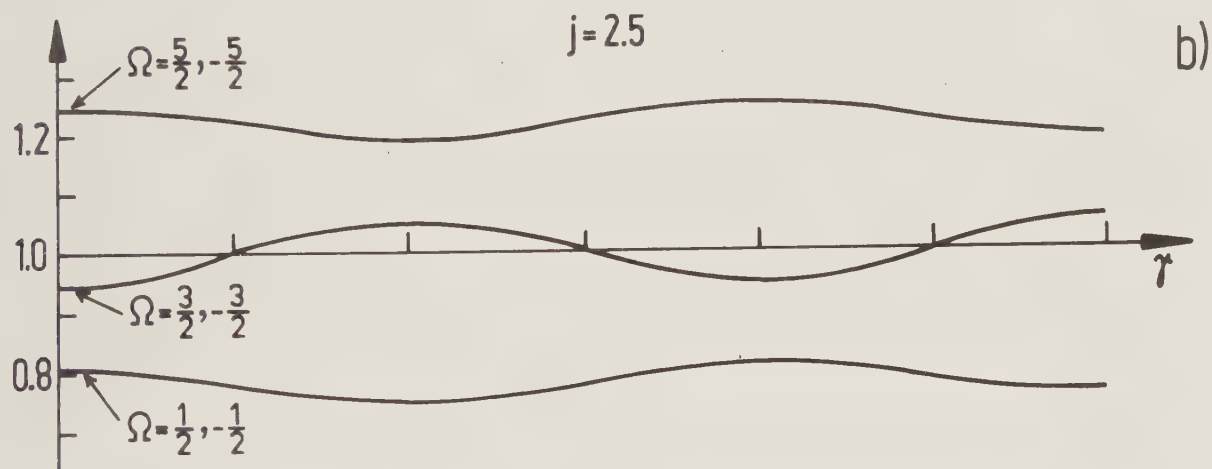
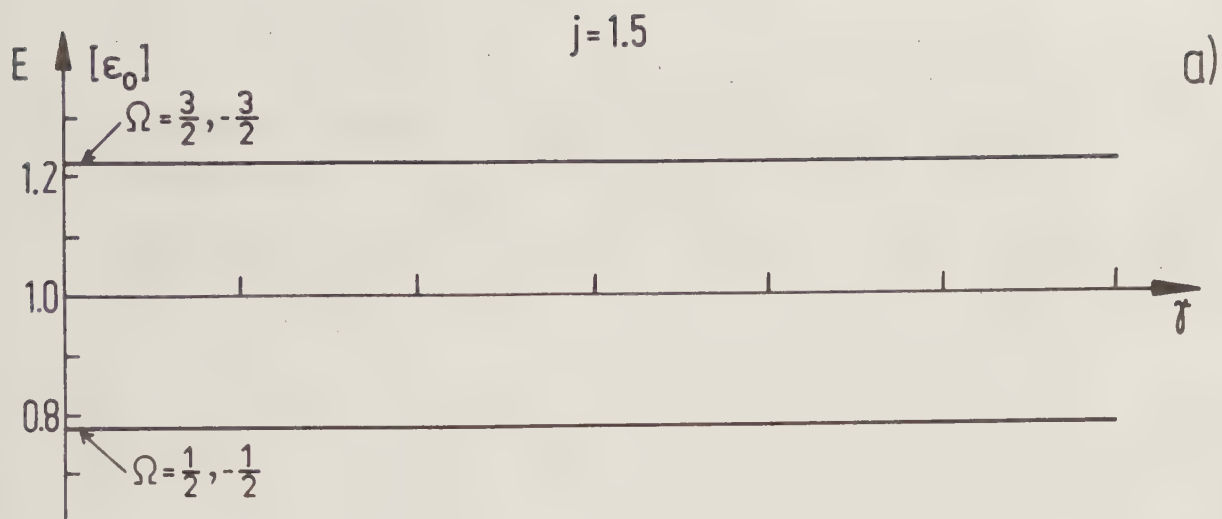


Fig. 29

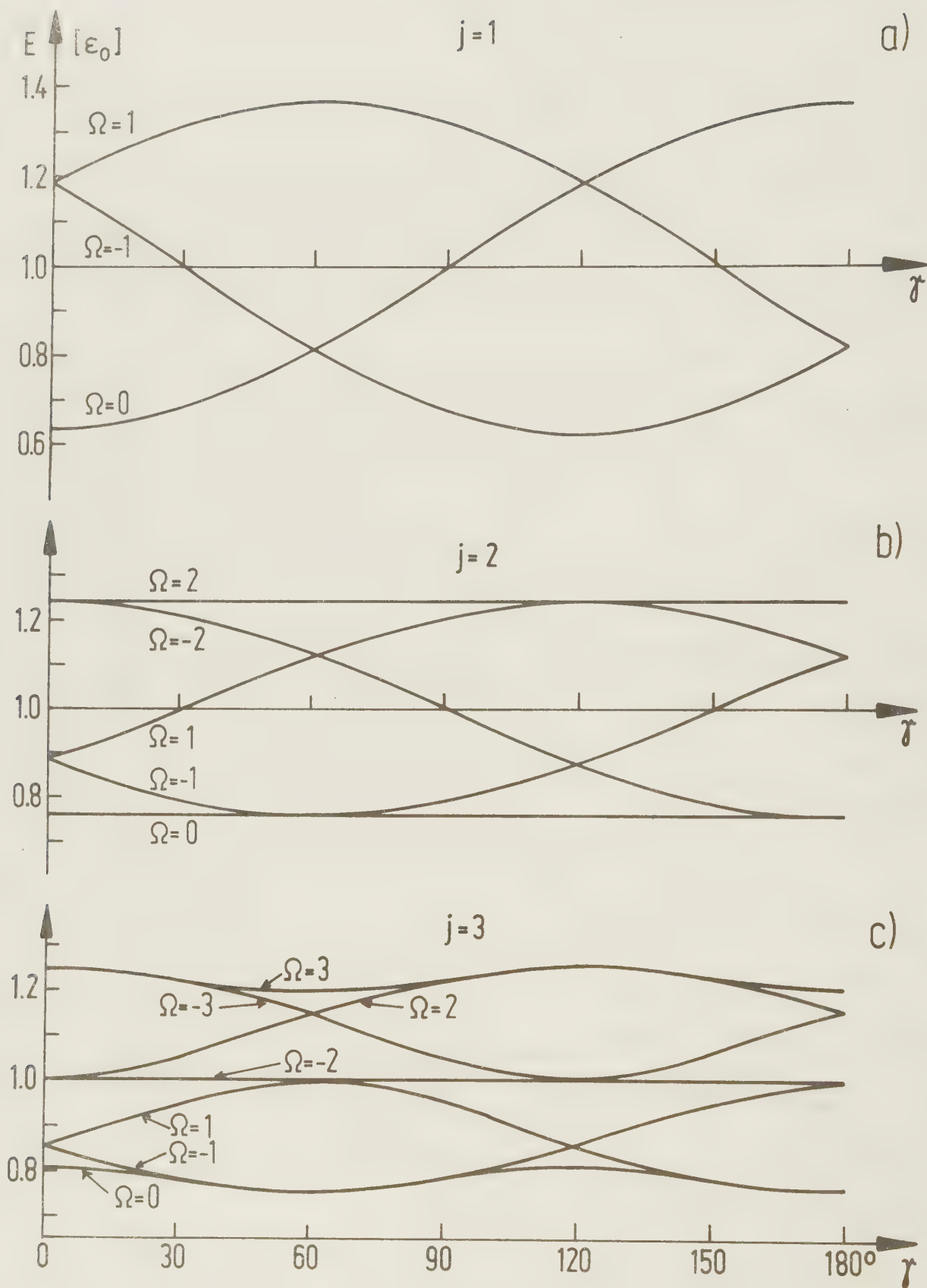


Fig. 30

LEBENS LAUF

Am 13. 1. 1949 wurde ich, Ulrich Schneider, in Nieder-Weisel, Krs. Friedberg (Hessen), als Sohn der Sparkassenangestellten Wilhelm Schneider und dessen Ehefrau Gerda geb. Diehl geboren. Von 1955 bis 1959 besuchte ich die Grundschule in Butzbach. Von 1959 bis zu meinem Abitur am 22. 6. 1967 besuchte ich das Weidiggymnasium in Butzbach. Vom Wintersemester 1967/68 bis zum Sommersemester 1969 studierte ich Physik an der Justus-Liebig-Universität in Gießen, wo ich auch am 21. 7. 1969 meine Vordiplomsprüfung beendete. Im WS 1969/70 wechselte ich an die Johann-Wolfgang-Goethe-Universität in Frankfurt/Main. Nach Anfertigung meiner Diplomarbeit im Institut für Theoretische Physik unter Prof. Dr. W. Greiner legte ich meine Diplomhauptprüfung am 13.12.1971 ab. Seit dem 1. 4. 1972 bin ich wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Theoretische Physik der Universität in Frankfurt/Main. Seit dem 24. 8. 1973 bin ich verheiratet mit Marlies Schneider geb. Menges.

Meine akademischen Lehrer waren:

Prof. W. Greiner, Prof. W. Scheid, Prof. C. Toepfer, Prof. D. Drechsel, Prof. H. Arenhövel, Prof. B. Mrowka, Prof. E. Schopper, Prof. R. Bass, Prof. T. Elze, Prof. U. Gerhardt, Prof. W. Martienssen, Prof. P. Junior, Prof. K.H. König, Prof. H. Hartmann, Prof. H. Berckheimer, Prof. A. Scharmann, Prof. W. Hanle, Prof. B. Kockel, Prof. H. Ewald, Prof. A. Schmillen, Prof. K. Maruhn

Meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Greiner, bin ich zu großem Dank für die Anregung und Diskussion zu dieser Arbeit verpflichtet. Meinen Freunden im Institut, besonders Herrn Prof. Dr. W. Scheid, Dr. B. Fink, Dr. H. Stock, Dr. H.-J. Fink und Dipl.-Phys. L. v. Bernus gilt mein Dank für viele klärende Diskussionen. Frau Sedlmayr sei für die Potentialenergieflächen, die sie zur Verfügung stellte, gedankt.

Die umfangreichen Rechnungen wurden an der Rechenanlage der Universität und am Computer der GSI in Darmstadt durchgeführt. Dem HRZ und der GSI sei dafür gedankt.

Frau Utschig für die Anfertigung der Zeichnungen und Herrn Brose für den Druck der Arbeit gilt ein herzliches Dankeschön.

Diese Arbeit soll meiner Frau gewidmet sein, die nicht nur die Fertigstellung des Manuskriptes möglich machte sondern auch über manche Tiefpunkte eines Physikerlebens hinweggeholfen hat.

